

УДК 528.88(15), 528.85/.87(15)

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ  
ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ В АТМОСФЕРУ ОТ  
МГНОВЕННОГО ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО  
ИСТОЧНИКА БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ**

Канд. техн. наук  
Канд. геогр. наук

Б.Т. Суйменбаев  
А.Х. Ахмеджанов  
Т.К. Караданов

*При моделировании турбулентной диффузии загрязняющих веществ в атмосферу от мгновенного высокотемпературного источника большой мощности необходимо учитывать температурные условия, при которых происходит выброс загрязняющих веществ. Поэтому в данной работе рассмотрена возможность расчета распространения загрязняющих веществ в атмосфере при условии начальной высокой температуры продуктов сгорания.*

В связи с активной эксплуатацией ракетно-космического комплекса «Байконур» на стартовых площадках происходит большой выброс продуктов сгорания компонентов ракетного топлива в атмосферу вместе с водяным паром, образующимся в газовых отводах высокотемпературной струи. Этот вопрос рассматривался в [5], где были представлены результаты расчета распространения загрязняющих веществ в атмосфере от наземного источника с применением геоинформационных технологий и была разработана геоинформационная система «Байконур». Но в этой работе не были учтены температурные условия, при которых происходит выброс загрязняющих веществ на стартовых площадках космодрома «Байконур». Поэтому в данной работе рассмотрена возможность распространения загрязняющих веществ в атмосфере при условии начальной высокой температуры продуктов сгорания. От источников мгновенного действия могут происходить аварийные или залповые выбросы технического происхождения. Характерным типом мгновенного источника является выброс примеси при различных взрывах. При осуществлении работ по сооружению земляной плотины высотой около 100 м вблизи Алматы взрывное облако поднялось на высоту нескольких километров. Такое же облако из загрязняющих веществ образовывается в атмосфере на стартовых площадках

космодрома «Байконур». В этом случае, кроме высокой начальной скорости газовоздушной смеси у устья источника за счет высоких температур, возникают вертикальные потоки. При слабом ветре струя примеси распространяется практически вертикально вверх, и на некотором уровне начинает преобладать горизонтальный перенос.

Предпринималось много попыток схематизации исследуемого процесса [1-3]. В основном они были связаны с тем, что часто наблюдается заметный подъем дымового факела непосредственно над источником. При слабом ветре отчетливо видно, что дым сначала распространяется почти вертикально вверх и только на некотором уровне, где усиливается ветер, начинает преобладать горизонтальный перенос. Создается впечатление, что источник примеси как будто приподнят над трубой. Поэтому предлагалось учитывать начальный подъем примеси  $\Delta H$  и рассматривать вместо реального источника на высоте  $H$  некоторый условный источник, расположенный на более высоком уровне ( $H_e = H + \Delta H$ ), обычно называемом эффективной высотой. Задача, таким образом, сводится к определению  $\Delta H$  в зависимости от скорости ветра, перегрева примеси и других факторов. Простейшие оценки  $\Delta H$  основаны на использовании некоторых результатов теории распространения струи в неподвижной среде и нахождении эмпирических связей  $\Delta H$  с указанными факторами. Полагается, что начальный участок факела над трубой можно рассматривать как распространяющуюся вверх струю, в которой постепенно с высотой за счет расширения затухает вертикальная составляющая скорости движения  $w$ . Величина  $\Delta H$  находится как уровень (отсчитанный от источника вверх), на котором значение вертикальной скорости  $w$  мало по сравнению со скоростью ветра  $u$  и перенос примеси примерно горизонтальный, т.е.  $w(z) \approx \varepsilon u$  ( $\varepsilon < 1$ ). Полагая в этом соотношении  $z = \Delta H$ , можно найти зависимость  $\Delta H$  от  $u$ . Существенный шаг в построении теории распространения струи в неподвижной атмосфере сделан Пристли и Боллом. Для описания поля скорости и температуры в осесимметричной струе при ряде предположений ими было получено решение системы уравнений движения, неразрывности, притока тепла и энергии. Согласно этому решению, на оси струи скорость движения  $w_m$  и температура перегрева  $\mathcal{G}_m$  выражаются формулами:

$$w_m = \left( \frac{A_1}{z} + \frac{B_1}{z^3} \right)^{1/3},$$

$$g_m = \frac{C_1}{z^2} \left( \frac{A_1}{z} + \frac{B_1}{z^3} \right)^{-1/3},$$
(1)

где  $A_i$ ,  $B_i$  и  $C_i$  – некоторые постоянные, определяемые из физических свойств струи. Если принять, что струя выходит из трубы радиусом  $R_0$  и у устья трубы начальная скорость уноса  $w_0$ , а начальный перегрев  $\Delta T$ , то можно получить, что

$$w_m^3 = \frac{w_0^3 R_0^3}{C_1^3 z^3} + 3g \frac{Q_T}{2\pi C_1^2 T_a} \left( \frac{1}{z} + \frac{R_0^3}{C_1^3 z^3} \right),$$
(2)

где  $Q_T = \pi R_0^2 w_0 \Delta T$ ,  $T_a$  – температура воздуха в градусах Кельвина.

В результате обработки наблюдений за дымовым факелом Пристли нашел, что  $C_1 \approx 1$  и несколько изменяется со скоростью, ветра. Из (2) следует, что для сравнительно холодной струи  $w_m \sim z^{-1}$ , а для значительно нагретой струи  $w_m \sim z^{-1/3}$ . При увеличении  $z$  до больших значений вертикальная скорость  $w$  сначала быстро убывает, а затем изменяется сравнительно медленно. Это является следствием сделанного при выводе предположения, согласно которому в вертикальной струе газа от источника количество тепла сохраняется постоянным с высотой. Такое предположение практически справедливо только для достаточно малых высот, где  $w$  существенно больше скорости ветра  $u$ .

С увеличением высоты влияние горизонтального сноса струи и атмосферной турбулентности возрастает, что приводит к уменьшению количества тепла, переносимого в струе, и ускоренному убыванию  $w$ . В связи с этим, Пристли ввел в рассмотрение две стадии развития струи, приняв, что на первой стадии справедливо выражение (2), а на второй – соотношение, которое приводит к экспоненциальному убыванию  $w$  с высотой  $z$  и конечному подъему струи. Однако при таком предположении и условии сохранения импульса следует, в противоречии с данными наблюдений, что и радиус струи растет экспоненциально с высотой. Исследования распространения примесей в атмосферу от нагретых выбросов в атмосферу показали, что над этими источниками выбросов возникают конвективные процессы типа восходящих струй или всплывающих объемов теплого воздуха, которые называются термиками. Эти термики выносят загрязняющие вещества на высоту начального подъема, откуда и происходит горизон-

тальный перенос, а затем дальнейшее рассеивание в результате турбулентного обмена примеси в атмосфере. Вопрос о термиках также детально исследован [4]. Для решения задачи распространения продуктов сгорания ракетного топлива необходимо рассматривать уравнение турбулентного переноса совместно с уравнениями термодинамики атмосферы, поскольку из-за нагретости выбросов возникает процесс конвекции и образующиеся вертикальные потоки воздуха. Термическая конвекция возникает в результате того, что в какой-либо покоящейся точке, предположим в безразлично стратифицированной атмосфере, в момент  $t = 0$  выделяется конечная порция тепла  $q_0$ . Согласно [4] изучаемое конвективное движение представляет собой горизонтальное вихревое кольцо с центром в начале координат. Распределение линий тока показано на рис. 1. Радиус кольца возрастает пропорционально  $\sqrt{t}$ .

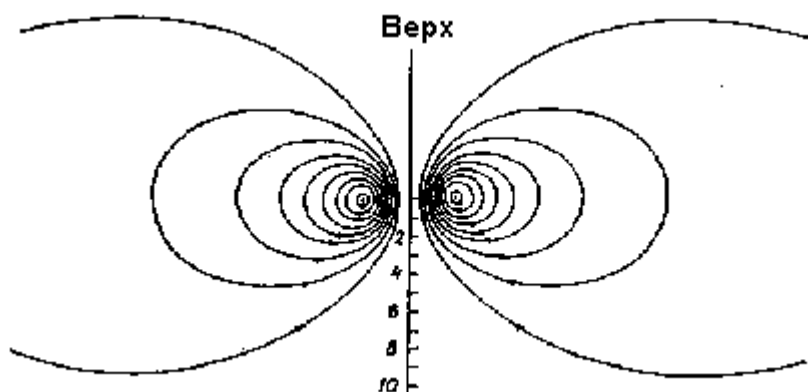


Рис. 1. Распределение линий тока [4].

Составляющие скорости в сферической системе координат  $(r, \varphi)$  можно вычислить с помощью формул

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{\alpha}{4\pi} \sqrt{\frac{v}{\pi t}} \frac{\cos \varphi}{\eta^3} \left( \int_0^\eta e^{-1/2\eta^2} d\eta - \eta e^{-1/2\eta^2} \right), \\
 v &= \frac{\alpha}{8\pi} \sqrt{\frac{v}{\pi t}} \frac{\sin \varphi}{\eta^3} \left[ \int_0^\eta e^{-1/2\eta^2} d\eta - (\eta^2 + 1) \eta e^{-1/2\eta^2} \right],
 \end{aligned} \tag{4}$$

где безразмерный параметр  $\alpha = \lambda q_0 / v^2$ ,  $v$  – коэффициент турбулентности,  $\eta = r / \sqrt{2vt}$ ,  $t$  – время. Для возмущений температуры во втором приближении

$$\mathcal{G} = \frac{\lambda q^{-1/2\eta^2}}{8(\pi vt)^{3/2}} \left\{ 1 + \frac{\alpha \cos \varphi}{4\eta(2\pi)^{2/3}} \left[ e^{-1/2\eta^2} - \sqrt{\frac{\pi}{2}}(1-\eta^2) \operatorname{erf} \frac{\eta}{\sqrt{2}} \right] \right\}. \quad (5)$$

Если в неподвижной среде изоповерхности  $\mathcal{G}$  представляют собой концентрические сферы с центром в источнике, то под влиянием возникающего вихревого движения поле  $\mathcal{G}$  искажается: над источником ( $\pi/2 \geq \varphi > 0$ ) появляются положительные возмущения  $\mathcal{G}$ , под источником ( $\pi \geq \varphi > \pi/2$ ) – такие же по абсолютной величине, но отрицательные.

На рис. 2 даны изолинии температуры в верхней полуплоскости, проведенные в полярной системе координат  $\eta, \varphi$  через равные интервалы значений  $\tau_1$ .

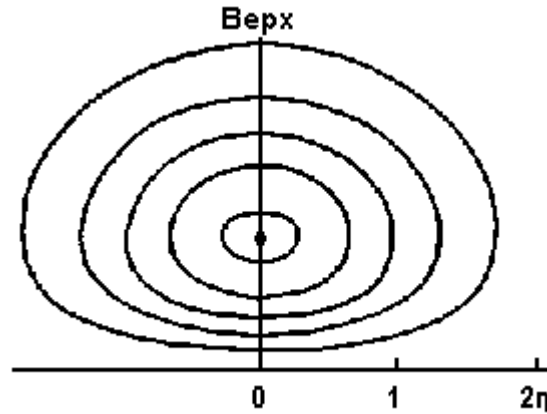


Рис.2. Распределение температурных возмущений по Л.Н. Гутману [4].

Этот рисунок дает представление о поле возмущений температуры, обусловленных влиянием поля скоростей. Образовавшееся теплое ядро всплывает со скоростью

$$\frac{dr_0}{dt} \approx \frac{\alpha}{24\pi} \sqrt{\frac{v}{\pi}}.$$

Исследование конвективных процессов показывает, что, если тепловой перенос мал, то задача в первом приближении может быть линейной и допускает аналитическое решение. В результате были получены формулы составляющих скоростей и возмущений температуры. Показано, что прямое конвективное движение представляет собой горизонтальное вихревое кольцо. Радиус кольца возрастает пропорционально  $\sqrt{t}$ , где  $t$  время развития процесса, а скорость образования теплового ядра всплыва-

ет со скоростью, пропорционально мощности источника и обратно пропорционально  $\sqrt{t}$ .

Рассмотрим движение воздушных турбулентных потоков в безразлично стратифицированной атмосфере при развитии термической конвекции. Этот процесс может быть описан уравнениями мезометеорологических процессов

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + v\Delta u, \\
 \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial P}{\partial z} + v\Delta w + \lambda \mathcal{G}, \\
 \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} + w \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} &= v\Delta \mathcal{G}, \\
 \frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial s}{\partial x} + w \frac{\partial s}{\partial z} &= v\Delta s, \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0; \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

при граничных условиях

$$\begin{aligned}
 u = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} &= 0 & x = 0, \\
 w = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} &= 0 & \text{при } z = 0, \\
 s = 0 & & x \rightarrow \infty, \\
 & & z \rightarrow \infty
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\left. \begin{aligned}
 u = u_0 \ln \frac{z}{z_0} \\
 w = 0
 \end{aligned} \right\} \text{при } x \rightarrow \pm \infty,$$

где  $u$ ,  $w$  – составляющие скорости движения воздуха,  $\mathcal{G}$  – потенциальная температура,  $P$  – параметр, введенный в уравнения мезометеорологии вместо давления,  $v$  – коэффициент турбулентности,  $\lambda$  – параметр плавучести,  $s$  – концентрация примесей,  $u_0$  – величина динамической скорости потока,  $z_0$  – коэффициент шероховатости. Начальные условия могут быть следующими

$$u = w = 0, \quad \mathcal{G} = \mathcal{G}_0(z, x), \quad s = s_0(z, x) \text{ при } t = t_0 > 0, \tag{3}$$

где  $s_0(z, x)$  – начальная концентрация загрязняющих веществ.

Дополнительным условием может служить условие симметрии

$$\mathcal{G}_0(z, x) = \mathcal{G}(-z, x). \quad (4)$$

Для определения изменяющихся движений воздушных масс можно ввести функцию тока  $\psi$  и вихря следующим образом

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, v = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \Omega = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = -\Delta \psi. \quad (5)$$

Представив последние обозначения в уравнении динамики, будем иметь уравнения для определения распределения вихря и функции тока

$$\begin{cases} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega}{\partial x} + w \frac{\partial \Omega}{\partial z} = \nu \Delta \Omega - \lambda \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} \\ \Delta \psi = -\Omega \end{cases} \quad (6)$$

Граничные условия для этого уравнения будут следующими

$$\begin{aligned} \psi = \Omega = 0 & \quad x, z = 0 \\ \psi = \Omega = 0 & \quad \text{при} \quad x, z \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Для численного решения выберем прямоугольник ( $0 \leq x \leq D$ ,  $0 \leq z \leq H$ ), выбрав постоянные  $D$  и  $H$  достаточно большими, чтобы этот прямоугольник включал в себя отдельную часть области, охваченную конвекцией  $\psi = \Omega = \mathcal{G} = 0$  при  $x = D$  и  $z = H$ . Уравнения (1, 6) с граничными и начальными условиями (2-4, 7) аппроксимируются конечно-разностной схемой второго порядка по координатам и по времени с представлением нелинейных членов в этих уравнениях по формулам Аракавы, а уравнение Пуассона для функции тока аппроксимируется методом верхней релаксации, что создает условия для устойчивого и длительного счета. Эта постановка задачи полностью соответствует решению вопросов, связанных с переносом загрязняющих веществ в атмосфере со стартовых площадок космодрома «Байконур». Для решения этой задачи требуются конкретные данные о параметрах выбросов (мощность, масса, температура) и метеорологического режима в момент старта (вертикальные профили температуры и скорости и направления ветра).

Уравнение турбулентной диффузии примеси запишется в следующем виде

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + (w - u_g) \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial S}{\partial z} \right), \quad (8)$$

где  $S$  – объемная концентрация пыли и соли, (кг/м<sup>3</sup>);  $u, v, w$  – составляющие скорости ветра, (м/с);  $u_g$  – скорость свободного падения;  $K$  – коэффи-

коэффициент турбулентной диффузии ( $m^2/c$ ). Начальными и граничными условиями для значений объемной концентрации  $S$  будут:

$$\begin{aligned} S(0, y, z, t) &= 0 \text{ при } x = 0 \\ S(x, 0, z, t) &= 0 \text{ при } y = 0 \\ S(x, y, H, t) &= 0 \text{ при } z = H, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $H$  – граница по координате  $z$ .

$$S(x, y, z_0, t_0) = S_0(x, y) \text{ при } z = z_1. \quad (10)$$

Интенсивность потока и спектр частиц, поднимаемых в атмосферу, зависит как от свойств подстилающей поверхности, так и механизмов, формирующих вынос. Входными параметрами рассматриваемого уравнения атмосферной диффузии является три составляющих скорости ветра и коэффициент турбулентности. При численном интегрировании уравнений, описывающих процессы распространения в атмосфере, целесообразно использовать неявные схемы, в которых производные по пространству аппроксимируются с учетом направления переноса.

$$a S_{ijk-1}^{n+1} + b S_{ijk}^{n+1} + c S_{ijk+1}^{n+1} = d, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \left( w - u_g - \frac{\partial K}{\partial z} - \frac{K}{\partial z} \right) \frac{dt}{dz}, \\ b &= 1 + \frac{udt}{dx} + \frac{vdt}{dy} + \left( w - u_g - \frac{2K}{\partial z} - \frac{\partial K}{\partial z} \right) \frac{dt}{dz}, \\ c &= -\frac{Kdt}{dz^2}, \\ d &= S_{ijk}^n + S_{i-1,jk}^{n+1} \frac{udt}{dx} + S_{ij-1k}^{n+1} \frac{vdt}{dy}. \end{aligned}$$

Для решения уравнения (11) был применен метод прогонки, в котором на первом этапе определяются прогоночные коэффициенты согласно следующим рекуррентным формулам:

$$\begin{cases} l_k = -c/(b + a \cdot l_{k-1}) \\ f_k = (d - a \cdot f_{k-1})/(b + a \cdot l_{k-1}) \end{cases}$$

при  $k = (2, K - 1)$ ,  $l_1 = 0$ ,  $f_1 = S_{ij0}$ .

На втором этапе определялись значения искомой функции распределения концентрации примеси с учетом условий на верхней границе:



$$S_{ijk}^{n+1} = l_k \cdot S_{ijk+1}^{n+1} + f_{k-1}, \quad k = (K, 2, -1). \quad (12)$$

Условием устойчивости и сходимости схемы (11) является следующее неравенство (хорошей обусловленности задачи):

$$|b| > |a| + |c| + \delta, \quad \text{где } \delta > 0. \quad (13)$$

Одним из первых вариантов расчета распределения концентраций примеси выполнен в приземном слое атмосферы высотой до 100 м. Важной особенностью этого слоя является относительное постоянство по высоте турбулентных потоков и именно здесь наблюдаются максимальные градиенты метеоэлементов. Из всех трех состояний приземного слоя (устойчивой, безразличной и неустойчивой температурной стратификации) наиболее вероятным является условие безразличной стратификации и необходимые величины могут быть записаны в следующем виде:

$$u = \frac{u_*}{\chi} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) \cos \varphi, v = \frac{u_*}{\chi} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) \sin \varphi, w = 0, \quad K = \chi \cdot u_* \cdot z.$$

Результаты расчета распространения облака загрязнения от источника мгновенного действия и большой мощности в разные моменты времени  $t = k\Delta t$ , где  $k = 1 \dots 5$ ,  $\Delta t$  – шаг по времени (а – вертикальные профили, б – горизонтальные профили на подстилающей поверхности) представлены на рис. 3.

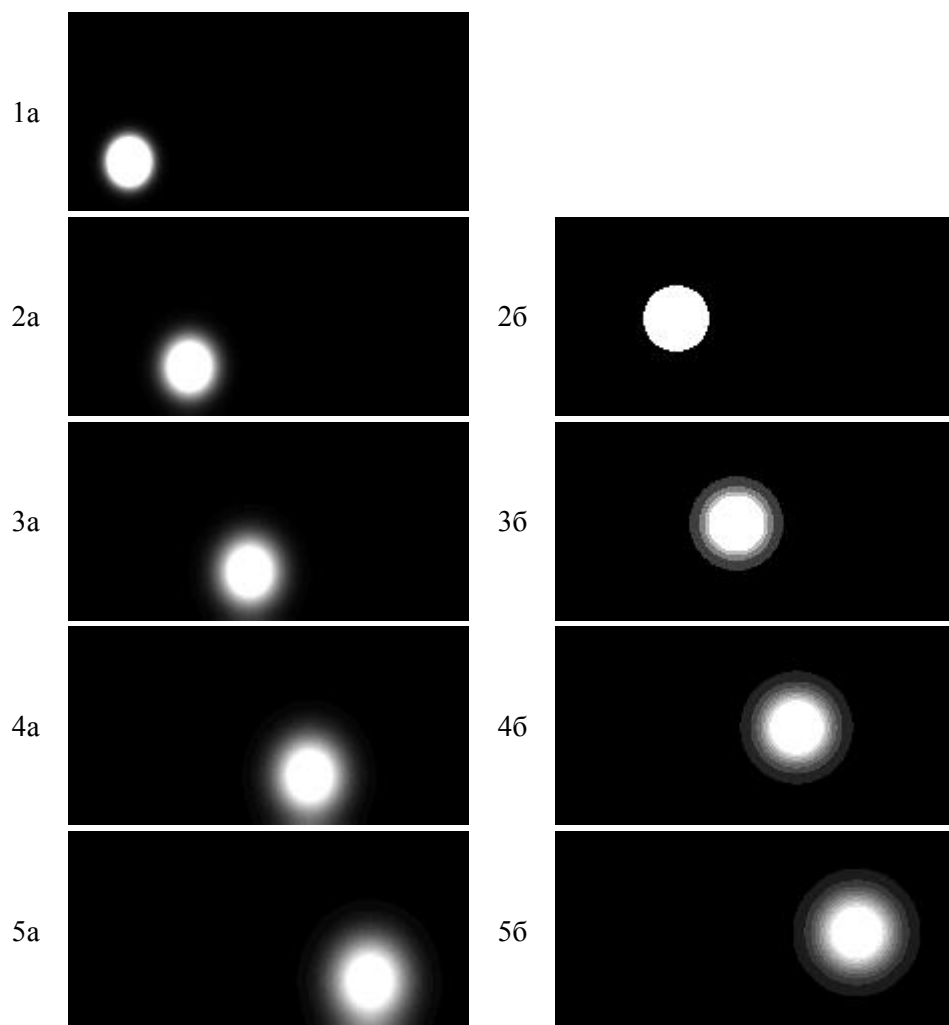
Проверка результатов производилась на основе следующих приближенных соотношений, описывающих рассматриваемый процесс. В работе [2] была предложена приближенная формула для определения начального подъема:

$$\Delta H = \frac{1,5\omega_0 R_0}{u} \left( 2,5 + \frac{3,3gR_0\Delta T}{T_a u^2} \right), \quad (14)$$

где  $u$  – скорость ветра на высоте флюгера,  $R_0$  – радиус устья источника,  $\omega_0$  и  $\Delta T$  – скорость и перегрев выходящих газов,  $T_a$  – температура окружающего воздуха в абсолютной шкале. При постоянных значениях коэффициента турбулентного объема и скорости ветра выражение для концентрации примеси будет иметь вид [2]:

$$q(x, y, z) = \frac{M}{4\pi x \sqrt{K_y K_z}} e^{-\frac{uy^2}{4K_y x}} \left[ e^{-\frac{u(z+H)^2}{4K_z x}} + e^{-\frac{u(z-H)^2}{4K_z x}} \right], \quad (15)$$

где  $H$  – начальная высота подъема, определяемая согласно [4]. В системе координат  $O_{xyz}$  ось  $x$  направлена по направлению скорости ветра  $u$ .



*Рис.3. Результаты расчета распространения облака загрязнения от источника мгновенного действия и большой мощности в разные моменты времени  $t = k\Delta t$ , где  $k = 1 \dots 5$ ,  $dt$  – шаг по времени (а – вертикальные профили, б – горизонтальные профили на подстилающей поверхности).*

Результаты проведенных расчетов показывают, что распространение загрязняющих веществ от мгновенного высокотемпературного источника большой мощности могут быть обнаружены не вблизи источника, а на некотором расстоянии от него. Опасная зона на земной поверхности сносится по направлению ветра на различное расстояние в зависимости от скорости ветра, а площадь загрязняемой территории зависит от коэффициентов турбулентного обмена.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берлянд М.Е., Генихович Е.Л., Оникул Р.И. О расчете загрязнения атмосферы выбросами из дымовых труб электростанций // Труды ГГО. – 1964. – Вып. 158. – С.3-21.
2. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1978. – 448 с.
3. Берлянд М.Е., Оникул Р.И. Физические основы расчета рассеивания в атмосфере промышленных выбросов // Труды ГГО. – 1968. – Вып. 234. – С. 3-27.
4. Гутман Л.Н. Введение в нелинейную теорию мезометеорологических процессов. – Л.: Гидрометеиздат, 1969. – 295 с.
5. Султангазин У.М., Закарин Э.А., Суйменбаев Б.Т. Принципы построения геоинформационной системы для решения экологических проблем эксплуатации ракетно-космических комплексов на космодроме «Байконур» // Вестник КарГУ. – 2001. – №1(21). – С. 146-149.

Институт космических исследований

### **КЕҢ ҚУАТТЫ ЖЕДЕЛ ЖОҒАРЫ ТЕМПЕРАТУРАЛЫ КӨЗДЕН АТМОСФЕРАҒА ШЫҒАТЫН ЛАСТАУШЫ ЗАТТАРДЫҢ ТУРБУЛЕНТТІ ДИФФУЗИЯСЫН МОДЕЛЬДЕУ**

Техн. ғылым. канд.

Б.Т. Сүйменбаев

Геогр. ғылым. канд.

А.Х. Ахмеджанов

Т.К. Қараданов

*Кең қуатты жедел жоғары температуралы көзден атмосфераға шығатын ластаушы заттардың турбулентті диффузиясын модельдеуде ластаушы заттардың шыққан кезіндегі температура жағдайын есепке алу қажет. Сондықтан бұл жұмыста ластаушы заттардың атмосфераға таралуын жану өнімінің бастапқы жоғарғы температура жағдайында есептеу мүмкіндігі қарастырылды.*