

УДК 519.16: 556.072

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЯДОВ ГОДОВОГО СТОКА
РЕК УРАЛА-ЭМБИНСКОГО РАЙОНА**

Доктор геогр. наук С.К. Давлетгалиев

Статистический анализ рядов наблюдений годового стока у рек Урал и Илек показал на однородность и стационарность этих рядов. Влияние водохранилищ многолетнего регулирования на годовой сток несущественно, оно, в основном приводит к снижению амплитуды колебаний речного стока и не скажется на общей оценке водных ресурсов.

Крупными реками, исследуемого региона, имеющими достаточно продолжительный период наблюдений, являются р. Урал и р. Илек. На р. Урал длинный ряд имеется у с. Кушум с 1921 и у п. Махамбет (с. Тополи) с 1936, а на р. Илек у г. Актобе с 1940 г.

Данные годового стока этих рек могут быть использованы для приведения к многолетнему периоду стока других рек и пунктов этого района. Для этой цели пропуски в наблюдениях на этих реках были восстановлены. Сток за 1999 г. по р. Урал – с. Кушум рассчитан по аналогу р. Урал – п. Махамбет, по р. Илек – г. Актобе за 1943, 1998, и 2004 гг. восстановлен по зависимости годового стока от стока за IV – V месяцы, а за 1945, г. – по аналогу Урал – с. Кушум. За 2000 и 2003 гг. – р. Илек – с. Чилик, за 2001 – р. Карахобда, за 2002 г. – р. Хобда.

Основным требованиям при выборе пунктов – аналогов являются наличие синхронности в колебаниях речного стока расчётного створа и створов – аналогов. Наличие синхронности выражается через коэффициенты парной и множественной корреляции между стоком в этих пунктах. Установление надёжной связи возможно при однородности и стационарности рядов рек – аналогов.

С августа 1957 на р. Урал начато заполнение Ириклинского водохранилища, осуществляющего многолетнее регулирование стока, в виду чего естественный сток р. Урал с 1958 должен быть искажен. В [1] отмечается, что изменение режима по р. Урал распространяется на участке от с. Уральск до г. Оренбурга. Ниже г. Оренбурга в р. Урал впадают крупные водоносные притоки (реки Сакмара, Илек, Чаган и др.). У с. Кушум влия-

ние Ириклинского водохранилища на режим стока не сказывается. На р. Илек с 1980 г. действует Актюбинское водохранилище, осуществляющее также малолетнее регулирование стока.

Для практического вывода о возможности использования этих рядов в качестве аналогов для пунктов с короткими рядами и возможности использования для этой цели единой корреляционной связи возникает необходимость детального исследования данных по стоку в указанных пунктах на однородность и стационарность. Для этой цели, в первую очередь, могут быть использованы критерии Фишера для оценки однородности дисперсии и Стьюдента для оценки однородности среднего. Период наблюдений за стоком р. Урал – с. Кушум был разбит на две части: 1921...1957 гг. ($n_1 = 37$) и 1958...2004 гг. ($n_2 = 42$). Для первого периода получены следующие параметры: $\bar{Q}_1 = 327 \text{ м}^3/\text{с}$, $D_1 = 50077 (\text{м}^3/\text{с})^2$, $r_1 = 0,28$, $Cv_1 = 0,68$, для второго – $\bar{Q}_2 = 298 \text{ м}^3/\text{с}$, $D_2 = 15648 (\text{м}^3/\text{с})^2$, $r_2 = 0,25$, $Cv_2 = 0,42$. Статистики Фишера и Стьюдента, вычисленные по известным формулам [2, 3], соответственно равны 3,20 и 0,74. Критическое значение статистики Фишера при $n_1 = 37$, $r_1 = 0,27$ (r_1 – среднее значение для данного района) и $\alpha = 5\%$ равно 2,13, статистика Стьюдента – 2,64 (при $n_2 = 47$, $\alpha = 5\%$).

Сопоставление, вычисленных значений статистик с их критическими, показывает: нарушение однородности ряда с 1958 г. с точки зрения его дисперсии и сохранение однородности ряда с точки зрения его математического ожидания.

Проверка статистической однородности исследуемого ряда с точки зрения характера их автокорреляции произведена путём сравнения оценок $r_1(1)$ и $r_2(1)$ коэффициентов автокорреляции между стоком смежных лет, полученных для первой $r_1(1)$ и второй $r_2(1)$ частей ряда. Для этой цели использована статистика критерия Андерсона [4], которая рассчитывается по формуле:

$$t(r) = [r_1(1) - r_2(1)] \sqrt{(n_1 - 1)(n_2 - 1) / (n_1 + n_2 - 2)}$$

При $r_1(1) = 0,28$ и $r_2(1) = 0,23$ вычисленное значение статистики Андерсона равно $t(r) = 0,14$. Не превышение абсолютного значения этой статистики, при уровне значимости $\alpha = 5\%$, над критическим числом 1,96 означает однородность характера автокорреляции ряда. К аналогичному выводу можно прийти при оценке однородности автокорреляции годового стока р. Илек $t(r) = 1.16 < 1.96$.

Графический анализ однородности рядов, путём построения интегральной кривой (рис. 1) не показывает нарушения однородности рядов, начиная с 1958 г. Однородность рядов р. Урал с точки зрения их дисперсии проверялась также с помощью непараметрического критерия Сиджеля и Тьюки [5]:

$$Z = \frac{(R_1 - \frac{n_1(n_1 + n_2 - 1)}{2}) - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)n_2}{12}}},$$

где n_1 и n_2 – объёмы выборок, $n_1 < n_2$, R_1 – сумма рангов для объёма n_1 .

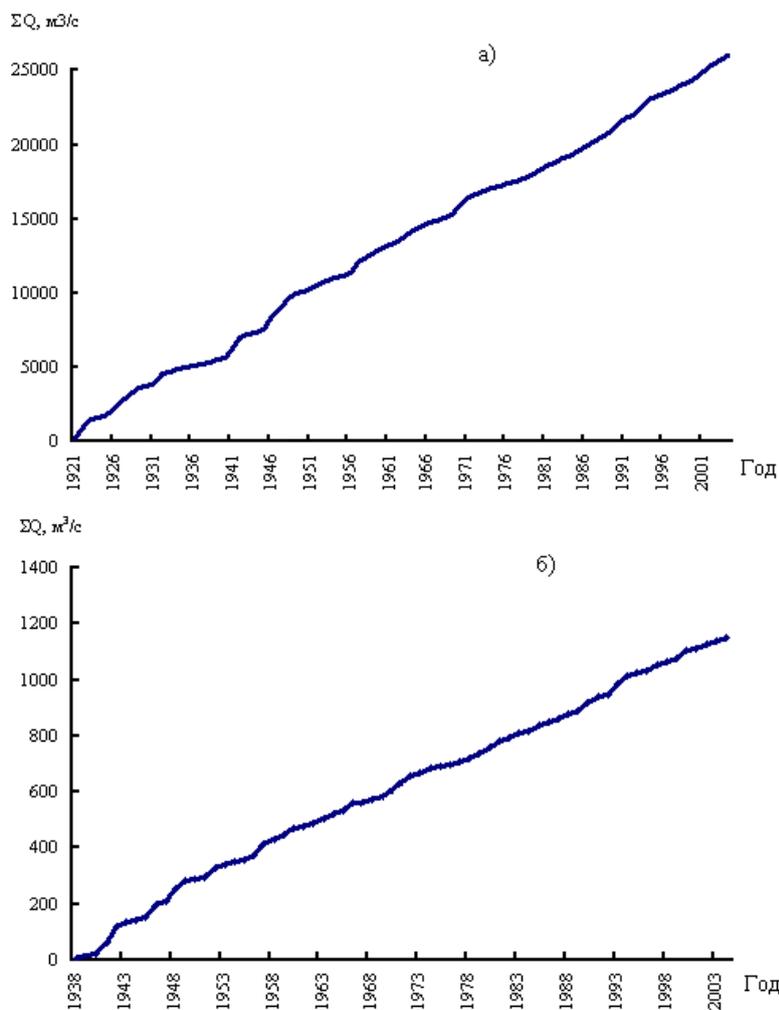


Рис. 1. Интегральная кривая среднегодовых расходов рек.
а) р. Урал – с. Кушум; б) р. Илек – г. Актобе.

Сумма рангов первого периода $R_1 = 1505$, а вычисленное значение Статистики Сиджеля – Тьюки – $Z = 0,61$.

При $\alpha = 5 \%$ критическое значение этой статистики равно $Z_{5\%} = 1,96$. Следовательно, нулевая гипотеза, утверждающая, что дисперсии первого и второго периодов равны, принимается. Хотя критерии Сиджеля и Тьюки разработаны для независимых и нормально распределённых последовательностей, существенное превышение критического значения статистики над эмпирическим даёт основание для использования этого критерия при оценке однородности двух дисперсии р. Урал.

Принадлежность двух выборок к одной совокупности исследована с помощью двух критериев: Манна – Уитни и Краскела – Уолиса.

Статистики U – критерия Манна – Уитни определены по формуле [2, 6]

$$U_1 = w_1 - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2},$$

$$U_2 = w_2 - \frac{n_2(n_2 + 1)}{2},$$

где w_1 и w_2 – соответственно сумма рангов ряда первого и второго периодов.

В данном случае $w_1 = 1505$, $w_2 = 2065$, $U_1 = 839$ и $U_2 = 937$. Поскольку $n_1 > 20$, и $n_2 > 20$, критическое значение $U_{n_1 n_2 \alpha}$ при $\alpha = 5 \%$ вычисляется по формуле из [1, 5].

$$U_{n_1 n_2 \alpha} = \frac{1}{2} n_1 n_2 - \lambda_{1-\alpha} \sqrt{\frac{1}{12} n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)},$$

где λ – квантиль нормального распределения при $\alpha = 0,05$ значение $\lambda_{0,95} = 1,96$.

Меньшее значение статистик U_1 и U_2 сопоставляется критическим значением $U_{n_1 n_2 \alpha}$. В данном случае $U_1 = 802 > U_{37,47,0,05} = 651$. Следовательно, есть основания для принятия гипотезы принадлежности годовых расходов двух периодов р. Урал – с. Кушум к одной совокупности.

К аналогичному заключению можно прийти при оценке однородности рядов р. Урал по критерию Краскела – Уолиса [7]

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k \frac{w_j^2}{n_j} - 3(N+1),$$

где N – длина всего ряда; k – число выборок; w_j – сумма рангов.

Для больших объёмов n_1, n_2, \dots, n_k статистика H приближённо распределена как χ^2 с $(k-1)$ степенями свободы. Так как вычисленное значение статистики существенно меньше критического, т.е. $H = 0,37 < \chi^2_\alpha = 3,79$ (при $\alpha = 5\%$), гипотеза об однородности рядов принимается.

Для исследования однородности данных годового стока р. Илек – г. Актобе ряд наблюдений по данной реке был разделён на два периода: 1940...1979 гг. ($n_1 = 40$) и 1980...2004 гг. ($n_2 = 25$), т.е. до и после строительства водохранилища. Для указанных периодов получены следующие параметры $\overline{Q}_1 = 18,8 \text{ м}^3/\text{с}$, $D_1 = 147 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$, $Cv_1 = 0,68$, $r_1(1) = 0,15$ и $\overline{Q}_2 = 16,7 \text{ м}^3/\text{с}$, $D_2 = 67,3 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$, $Cv_2 = 0,42$, $r_2(1) = -0,11$. Вычисленные значения статистики Фишера и Стьюдента соответственно равны 2,21 и 0,48. Сопоставление их с критическими значениями ($F_\alpha = 2,10$, $t_\alpha = 2,63$) показывает некоторую неоднородность рядов по величине дисперсии и однородность по среднему значению.

Проверка данных расходов воды р. Илек по критерию Манна – Уитни показала принадлежность стока двух периодов к одной совокупности, т.е. однородность рядов ($U_1 = 437 > U_{25, 40, 0,05} = 394$).

Однородность стока изучаемых рек оценена также по критерию Колмогорова – Смирнова [3]

$$D = \max (P_{i1} - P_{i2}),$$

где P_{i1} и P_{i2} – эмпирические обеспеченности стока двух сравниваемых периодов.

В результате расчётов получены для р. Урал – с. Кушум $D = 0,27 < D_\alpha = 0,33$ (при $n = 37$, $r(1) = 0,27$), для р. Илек – г. Актобе – (при $n = 25$, $r(1) = 0,27$) $D = 0,13 < D_\alpha = 0,40$. Из этих данных также следует, что гипотеза однородности рядов стока может быть принята.

Анализ квазистационарности выборочных дисперсий и средних можно выполнить и по несколько иной схеме [3, 8]: эмпирические кривые распределения строятся не по самым оценкам средних и дисперсий, а по статистикам Стьюдента и Фишера, рассчитанным на основании данных наблюдений. При этом объёмы выборок рекомендуется принимать равными $n = 6 \dots 10$ годам [3]. По ℓ значениям выборочных средних и дисперсий можно получить $k = \ell(\ell-1)/2$ значений статистик F и t , по которым строятся эмпирические кривые распределения статистик Стьюдента и Фишера.

Интервал разбиения на частные выборки для рек Урал и Илек был принят равным 10 годам. В этом случае количество независимых стати-

стик соответственно составило 28 и 15 для наблюдаемых данных р. Урал и р. Илек по состоянию 2004 г.

По вычисленным значениям статистик Фишера были построены эмпирические кривые распределения этой статистики по р. Урал и р. Илек. Полученные кривые были сопоставлены с теоретическими кривыми F – распределения при $n_1 = n_2 = 10$, $r(1) = 0,3$ [2, 3, 8]. Максимальное расхождение между теоретической и эмпирической обеспеченностью (D) оценено с помощью статистики Колмогорова – Смирнова [3]. В результате сопоставления её с критическими значениями D_α получены: $D = 0,12 < D_\alpha = 0,37$ (для р. Урал) и $D = 0,30 < D_\alpha = 0,44$ (для р. Илек), при 5 % уровне значимости можно сделать вывод, что данные наблюдений по двум основным рекам Урала – Эмбинского района не опровергают гипотезу о квазистационарности выборочных дисперсий в пределах рассматриваемого периода, несмотря на довольно значительное расхождение между теоретическими и эмпирическими значениями статистики Фишера для р. Илек (рис. 2). Существенное превышение значений статистик F , в зоне малых обеспеченностей, по сравнению с остальными данными связано многоводностью и высокой изменчивостью водности сороковых годов (первая выборка). Эмпирические значения F , вычисленные по данным р. Урал довольно хорошо согласуются с теоретической кривой.

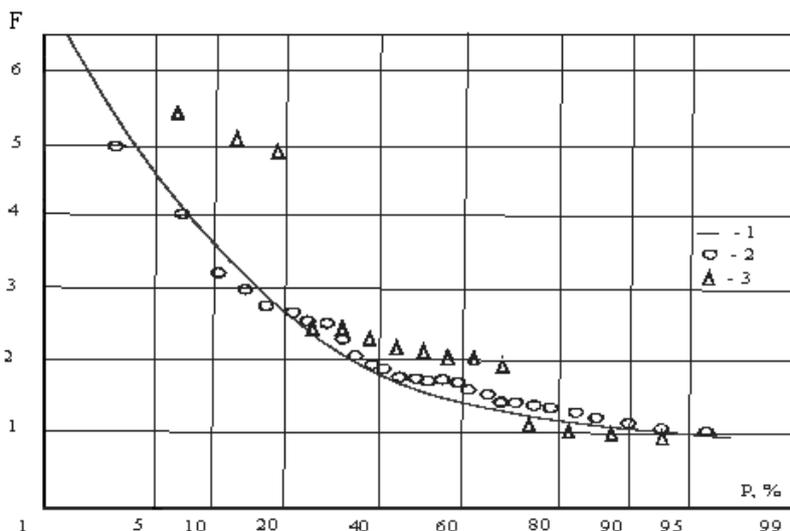


Рис. 2. Эмпирические и теоретические кривые статистик Фишера для рядов годового стока. 1 – теоретическая кривая при $n_1 = n_2 = 10$, $r(1) = 0,3$; эмпирические кривые: 2 – р. Урал – с. Кушум; 3 – р. Илек – г. Актобе.

На рис. 3 приведены эмпирические и теоретические значения $t/$ -распределения Стьюдента для рек Урал у с. Кушум и Илек у г. Актобе. Проверка гипотезы однородности выборочных средних - это и проверка гипотезы квазистационарности выборных средних она была выполнена, как и выше, по критерию Колмогорова – Смирнова. В результате расчёта установлено, что статистики $D = 0,13 < D_\alpha = 0,37$ (для р. Урал) и $D = 0,13 < D_\alpha = 0,44$ (для р. Илек), т.е. эмпирические значения D существенно меньше критического D_α . Следовательно, гипотеза квазистационарности выборных средних изучаемых рек не опровергается.

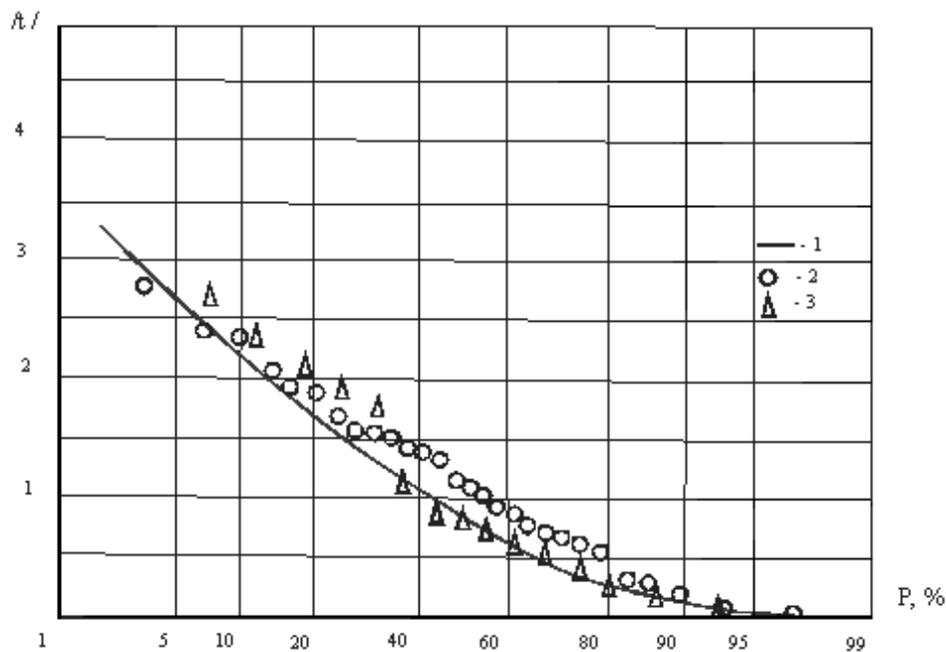


Рис. 3. Эмпирические и теоретические кривые статистик Стьюдента для рядов годового стока. 1 – теоретические кривые при $n_1 = n_2 = 10$, $r(1) = 30$; эмпирические кривые: 2 – р. Урал – с. Кушум; 3 – р. Илек – г. Актобе.

Ввиду ограниченности количества выборочных коэффициентов корреляции проверка гипотезы квазистационарности коэффициентов корреляции между смежными членами ряда не производилась. Однако следует указать на существенное различие коэффициентов корреляции различных 10-летних периодов, что даёт основание сомневаться о квазистационарности этих коэффициентов.

Стационарность ряда можно оценить также с помощью критериев инверсий [7]. В этом случае вычисляется статистика J , т.е. число случаев, когда за некоторым числом временного ряда, следуют меньшие по величине значения, что и считается, инверсией.

Для р. Урал и р. Илек число инверсий получено равным соответственно $J = 1549$ и $J = 1097$. Из [7] при $\alpha = 0,05$ и $n = 84$ для р. Урал имеем $J_\alpha = 1967$, для р. Илек – $J_\alpha = 1991$ (при $\alpha = 0,05$ и $n = 65$). Из сопоставления полученных данных видно, что в обоих случаях вычисленные значения инверсии меньше критического. Следовательно, наблюдаемые ряды этих рек стационарны, и тренд в данных рядах отсутствует.

Одной из наиболее распространённых при исследовании зависимости процесса от времени является ранговый критерий Спирмэна [2]:

$$\rho = 1 - 6 \sum_{i=1}^n d_i^2 / (n^3 - n),$$

где d_i^2 – разность между порядковым номером и рангом каждого хронологического ряда длиной n .

Значения ρ для рек Урал и Илек соответственно получились равным $\rho = 0,10$ и $\rho = -0,12$. Полученные результаты близки к нулю, что свидетельствует об отсутствии тренда в рядах наблюдений и стационарности процесса.

Таким образом, анализ многолетних колебаний годового стока рек Урал и Илек по разным статистическим критериям даёт определённое основание отнести ряд наблюдений этих рек к стационарным. Влияние водохранилищ многолетнего регулирования мало сказывается на режим годового стока, оно, в основном, приводит к снижению амплитуды колебаний речного стока. Уменьшение изменчивости стока последних периодов замечено и на других реках. Критерий Фишера отвергает гипотезу однородности дисперсий наблюдаемых данных р. Урал и Илек до и после осуществления регулирования стока. В то же время проверка рядов по другим критериям не отвергает указанную гипотезу. Анализ самих статистик Фишера и Стьюдента показывает квазистационарность дисперсий и средних этих рек. Итак, несмотря на заметное уменьшение дисперсии в рядах, наблюдаемые данные годового стока этих рек с учётом восстановленных за отдельные годы величин могут быть использованы для приведения коротких рядов годового стока рек Урало-Эмбинского района к многолетнему периоду. Снижение дисперсий может сказаться на отдельных восстанавливаемых величинах годового стока, но не скажется на общей оценке ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основные гидрологические характеристики. Том 12, Вып. 12, Гидрометеоздат, Л.: Нижнее Поволжье и Западный Казахстан. 1966 г. 514 с.
2. Давлетгалиев С.К. Анализ однородности гидрологических данных. – Алматы: Қазақ университеті, 2000. – 101 с.
3. Рекомендации по статическим методам анализа однородности пространственно – временных наблюдений речного стока. – Л.: Гидрометеоздат, 1984. – 78 с.
4. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1976. – 775 с.
5. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. – М.: Мир, 1973. – 948 с.
6. Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике. – М.: Финансы и статистики, 1982. – 267 с.
7. Холлендер М., Вулф. Д.А. Непараметрические методы статистики. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 518 с.
8. Сахарюк А.В. Оценка стационарности многолетних колебаний речного стока // Труды ГГИ, 1981, Вып. 282. – С. 78-87.

Казахский Национальный Университет им. аль-Фараби

ОРАЛ-ЕМБІ АУДАНЫ ӨЗЕНДЕРІНІҢ ЖЫЛДЫҚ АҒЫНДЫ ҚАТАРЛАРЫНА СТАТИСТИКАЛЫҚ ТАЛДАУ ЖАСАУ

Геогр. ғылымд. докторы С.Қ. Дәулетқалиев

Орал және Ілек өзендерінің жылық ағынды қатарларына статистикалық талдау жасау арқылы бұл қатарлардың біртектілігі және тұрақтылығы көрсетілген. Көпжылдық реттеуіш су қоймаларының жылдық ағындыға әсері айтарлықтай емес, ол негізінен өзен ағындысының өзгеру амплитудасын төмендетуге әкеліп соқтырады және су ресурстарын жалпы бағалауға әсерін тигізбейді.