

УДК 551.515: 532.5.18

**О ФИЗИЧЕСКОМ СОДЕРЖАНИИ ПАРАМЕТРОВ ПРОФИЛЕЙ  
МАССОВОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ЧАСТИЦ В ПОГРАНИЧНОМ  
СЛОЕ ВЕТРОПЕСЧАНОГО ПОТОКА**

Канд. физ.-мат. наук О.Е. Семенов

*Перенос массы песка в пограничном слое ветропесчаного потока носит струйный характер. Концентрация массы частиц в струе формально описывается функцией  $C(z) = A \cdot z^b \exp(-\alpha \cdot z)$ , где  $A$ ,  $b$  и  $\alpha$  – числовые множители. Нормирование функции на максимальную концентрацию в струе  $C_{\max}$ , высоты  $z$  – на размер частиц  $x_0$  позволило заменить параметр  $A$  на физическую величину  $C_{\max}$ , и получить уравнение струи песка в виде*

$$C(z) = C_{\max} \cdot \left(\frac{z}{x_0}\right)^{0,045 \frac{w_g}{u_*}} \cdot \exp\left(-0,015 \frac{w_g}{u_*} \cdot \frac{z}{x_0}\right), \text{ где } u_* \text{ – динамическая}$$

*скорость,  $w_g$  – скорость гравитационного падения частиц их среднего геометрического размера  $x_0$ . Получена также зависимость  $C_{\max}$  от динамического аналога числа Фруда*

$$C_{\max} = 0,45 + 6,3 \cdot 10^{-4} Fr_*.$$

В статье [5] приводятся результаты наших исследований массовой концентрации частиц песка в пограничном слое ветропесчаного потока в полевых условиях и в аэродинамической трубе. Измерения проводились над песками с логарифмически нормальной функцией распределения частиц по размерам [4]. Профили концентрации песка в потоке выше уровня  $z_1 = 15...20$  мм как в поле, так и в аэродинамической трубе аппроксимируются степенной функцией

$$C(z) = C_1 \left(\frac{z}{z_1}\right)^{-\beta}, \tag{1}$$

где  $C_1$  – концентрация песка на высоте  $z_1$ , а  $\beta$  является по исследованиям Баренблатта и Голицына [1, 8] функцией отношения  $w_g/u_*$ , где  $w_g$  – гидродинамическая крупность частиц (скорость свободного

гравитационного падения), а  $u_*$  – динамическая скорость потока. В полевых условиях получить форму профиля ниже этой высоты переноса получить не удалось, вследствие сложных условий измерений. Эксперименты в аэродинамической трубе показали, что ниже этого уровня перенос песка носит струйный характер. Было получено 16 профилей массовой концентрации песка над песками двух размеров – средним геометрическим размером  $x_0$ , равным 92 и 172 мкм. Концентрация массы частиц в струе была формально описана функцией

$$C(z) = A \cdot z^b \exp(-\alpha \cdot z), \quad (2)$$

где  $A$ ,  $b$  и  $\alpha$  – числовые множители,  $z$  – высота. Для всех профилей были получены значения  $A$ ,  $b$  и  $\alpha$ . При небольших скоростях потока обнаруживается до 3...5 тонких струй песка. В этих условиях профиль массовой концентрации песка в потоке ниже уровня  $z_1$  можно представить в виде системы уравнений этой функции [5]. Ближайшими двумя задачами исследований пограничного слоя ветропесчаного потока являются, по моему мнению, следующие две:

1. получение и накопление новых экспериментальных профилей массовой концентрации песка;
2. нахождение связей параметров профилей с физическими параметрами воздушного потока и частиц песка.

Рассмотрению второй из названных задач посвящена эта статья.

### **Профиль концентрации песка в безразмерной системе координат**

Существенным недостатком формулы (2) при описании профилей массовой концентрации песка в потоке является неопределенность зависимости её параметров от параметров ветропесчаного потока и размеров частиц песка на поверхности. Другие недостатки – размерность величины ( $z^b$ ) и показателя степени при экспоненте ( $-\alpha \cdot z$ ); физическая неопределенность параметра  $A$ . Последний, из физических соображений, должен иметь размерность массовой концентрации  $M L^{-3}$ , тогда как ( $-\alpha \cdot z$ ) и ( $z^b$ ) должны быть безразмерными величинами. Избавиться от этих недостатков удалось путем введения безразмерной высоты переноса, полученной нормированием высоты  $z$  на средний геометрический размер частиц песка на поверхности  $x_0$ , и массовой концентрации песка  $C(z)$  на её максимальное значение  $C_{\max}$  на оси приповерхностной струи песка. При введении нормирования место параметра  $A$  в формуле (2) для

описания профиля массовой концентрации песка занимает значение измеряемой величины  $C_{\max}$  с размерностью  $M L^{-3}$ , после всех этих операций она приняла вид

$$C(z) = C_{\max} \cdot \left(\frac{z}{x_0}\right)^b \cdot \exp\left(-\alpha \cdot \frac{z}{x_0}\right). \quad (3)$$

На рис. 1 – 4 показаны профили массовой концентрации песка в пограничном слое ветропесчаного потока в безразмерных координатах: высоты –  $z/x_0$  и концентрации –  $C/C_{\max}$  при различных значениях динамической скорости  $u_*$  над поверхностью песка со средним геометрическим размером частиц  $x_0 = 172$  мкм и  $x_0 = 92$  мкм. На рис. 1 хорошо виден многоструйный перенос песка при небольших значениях динамической скорости потока  $u_* = 0,37$  м/с. Струи формируются при их отрыве с гребней эоловой ряби. Три нижних струи наиболее тонкие и имеют вертикальный размер порядка 2 – 3 десятков частиц песка. Самая нижняя из них – с наибольшей концентрацией массы частиц, равной  $C_{\max} = 0,556$  мг/см<sup>3</sup>. По мере удаления от гребня, на котором струя песка создана, она поднимается выше и рассеивается, занимая с ростом высоты от дна потока все большую часть пространства и уменьшая концентрацию частиц в нем.

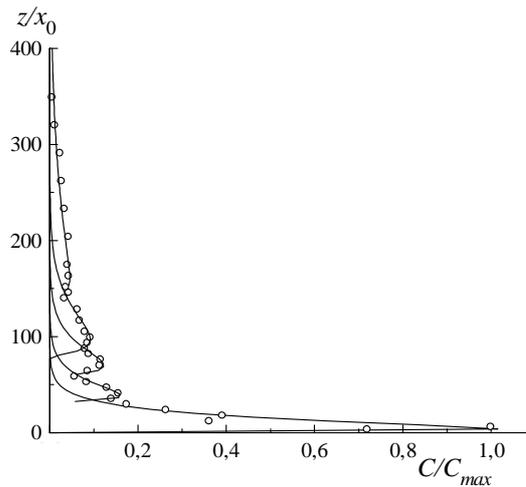


Рис. 1. Профиль массовой концентрации песка в пограничном слое ветропесчаного потока над поверхностью песка с  $x_0 = 172$  мкм при  $u_* = 0,37$  м/с.

Всю тонкую структуру вертикального профиля массовой концентрации песка при таком струйном характере переноса можно описать системой уравнений (4)

$$C(z) = \begin{cases} 0,105 C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} - 32 \right)^{0,5} \exp \left[ -0,078 \left( \frac{z}{x_0} - 32 \right) \right] & \text{для } 32x_0 \leq z \leq 59x_0 \\ 0,05 C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} - 59 \right)^{0,65} \exp \left[ -0,06 \left( \frac{z}{x_0} - 59 \right) \right] & \text{для } 59x_0 \leq z \leq 80x_0 \\ 0,025 C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} - 80 \right)^{0,7} \exp \left[ -0,04 \left( \frac{z}{x_0} - 80 \right) \right] & \text{для } 80x_0 \leq z \leq 150x_0 \\ 0,04 C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} - 150 \right)^{0,1} \exp \left[ -0,01 \left( \frac{z}{x_0} - 150 \right) \right] & \text{для } 150x_0 \leq z \leq 350x_0 \\ C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} \right)^{0,3} \exp \left( -0,1 \frac{z}{x_0} \right) & \text{для } z \leq 32x_0 \end{cases} \quad (4)$$

На рис. 1 видно, как хорошо описывается этой системой функций полученный экспериментальный профиль. Если нет необходимости в столь подробном описании всех струй, то можно, сгладив профиль в области верхних струй, ограничиться для описания этого профиля концентрации только двумя функциями. Верхняя его часть неплохо аппроксимируется хорошо теоретически обоснованной [1, 3, 8] функцией вида (1), нижняя – первой снизу функцией системы (4). На рис. 2 представлена реализация такого подхода с описанием экспериментального профиля системой двух функций (5)

$$C(z) = \begin{cases} 0,39 C_{\max} \left( \frac{z}{18x_0} \right)^{-1,12} & \text{для } z \geq 18x_0 \\ C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} \right)^{0,3} \exp \left( -0,1 \frac{z}{x_0} \right) & \text{для } z \leq 18x_0 \end{cases}, \quad (5)$$

где  $0,39 \cdot C_{\max}$  – концентрация песка на высоте  $z = 18x_0$ .

С увеличением скорости ветропесчаный поток в пограничном слое можно рассматривать уже как одноструйный, с размываемой турбулентной диффузией верхней границей струи. На рис. 3 представлен пример такого профиля массовой концентрации над поверхностью песка с  $x_0 = 172$  мкм при динамической скорости потока  $u_* = 0,66$  м/с,  $C_{\max}$  которого равен  $0,937$  мг/см<sup>3</sup>. Профиль описывается системой из двух уравнений (6).

$$C(z) = \begin{cases} 0,45 C_{\max} \left( \frac{z}{65x_0} \right)^{-1,45} & \text{для } z \geq 65x_0 \\ C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} \right)^{0,08} \exp \left( -0,022 \frac{z}{x_0} \right) & \text{для } z \leq 65x_0 \end{cases}. \quad (6)$$

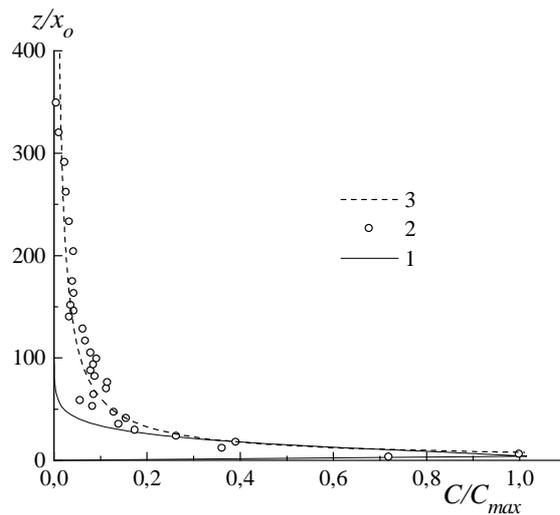


Рис. 2. Аппроксимация профиля массовой концентрации над поверхностью песка с  $x_0 = 172 \text{ мкм}$  при  $u_* = 0,37 \text{ м/с}$  двумя функциями: 1 – нижняя функция системы (5), 2 – экспериментальные данные, 3 – верхняя функция системы (5).

Но и при больших скоростях потока на профилях массовой концентрации крупного песка можно иногда заметить над нижней струёй слабые следы удаленных от места измерения рассеянных турбулентными вихрями других струй.

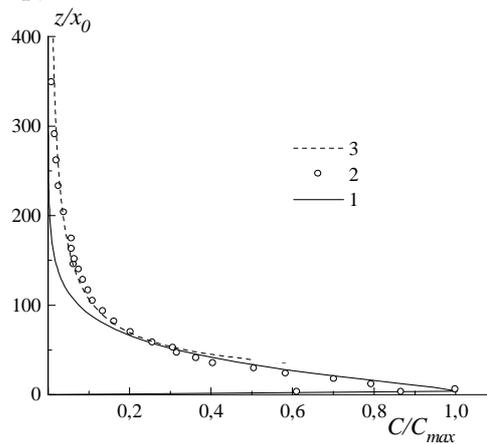


Рис. 3. Аппроксимация профиля массовой концентрации над поверхностью песка с  $x_0 = 172 \text{ мкм}$  при  $u_* = 0,66 \text{ м/с}$  двумя функциями: 1 – нижняя функция системы (6), 2 – экспериментальные данные, 3 – верхняя функция системы (6).

Аналогичная аппроксимация этими двумя видами функций выполнена для всех измеренных профилей массовой концентрации над поверхностью песка с  $x_0 = 172 \text{ мкм}$  и  $x_0 = 92 \text{ мкм}$ .

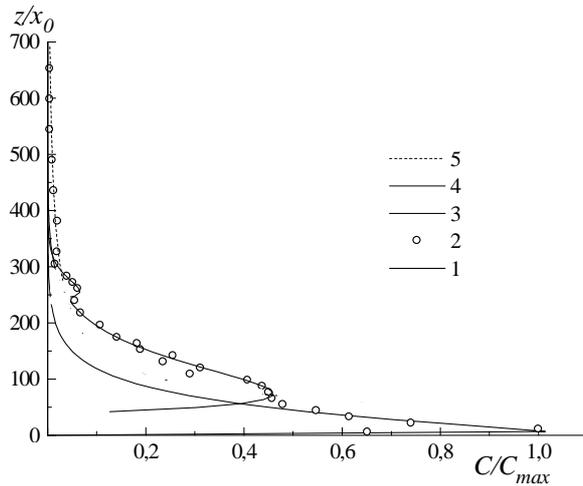


Рис. 4. Аппроксимация профиля массовой концентрации над поверхностью песка с  $x_0 = 92$  мкм при  $u_* = 0,83$  м/с двумя видами функций: 1, 3, 4 – функции вида (3), 2 – экспериментальные данные, 5 – функция вида (1).

Для мелкого песка пример одного из нормированных профилей концентрации представлен на рис. 4. Он получен при достаточно большом значении динамической скорости  $u_* = 0,83$  м/с и  $C_{\max} = 1,205$  мг/см<sup>3</sup>.

Над мелким песком многоструйность потока песчаных частиц в пограничном слое хорошо сохраняется и при значительных скоростях потока, как это видно на рис. 4. Описывающая этот профиль система функций (7) дана ниже

$$C(z) = \begin{cases} 0,027 C_{\max} \left( \frac{z}{295 x_0} \right)^{-2} & \text{для } z \geq 295 x_0 \\ 0,016 C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} - 240 \right)^{0,8} \exp \left[ -0,05 \left( \frac{z}{x_0} - 240 \right) \right] & \text{для } 240 x_0 \leq z \leq 295 x_0 \\ 0,069 C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} - 40 \right)^{0,75} \exp \left[ -0,022 \left( \frac{z}{x_0} - 40 \right) \right] & \text{для } 40 x_0 \leq z \leq 240 x_0 \\ C_{\max} \left( \frac{z}{x_0} \right)^{0,09} \exp \left[ -0,023 \left( \frac{z}{x_0} \right) \right] & \text{для } z \leq 40 x_0 \end{cases} \quad (7)$$

Таким образом, удалось устранить недостатки формулы (2) при описании вертикального профиля массовой концентрации в ветропесчаном потоке: избавиться от размерности величины ( $z^b$ ), показателя степени при экспоненте ( $-\alpha z$ ) и физической неопределенности параметра  $A$ .

## Связь параметров профилей концентрации с параметрами ветропесчаного потока

Обратимся теперь к задаче поиска зависимостей параметров  $C_{\max}$ ,  $\alpha$  и  $b$  функции (3) от параметров потока и частиц песка, участвующих в ветровом переносе. Изучению траектории отдельно взятой сальтирующей частицы посвящено уже достаточно много работ как советских, так и зарубежных ученых. Наиболее полно рассмотрен процесс сальтации в великолепной теоретической работе Бютнер [2]. Ею создана модель строения приповерхностного слоя ветропесчаного потока, дан глубокий физический анализ процесса переноса частиц воздушным потоком. Бютнер показала, что все элементы траектории частиц зависят от параметра:  $\Gamma = \frac{w_0^2}{\sigma g d}$ , где  $w_0$  – начальная вертикальная скорость вылета частицы диаметром  $d$ ,  $\sigma$  – отношение плотности частиц  $\rho_p$  и воздуха  $\rho_g$ ,  $g$  – ускорение свободного падения.

Багнольд нашел, что значения  $w_0$  для частиц песка близко к динамической скорости потока  $u_*$  [7]. Отношение плотности частиц песка и

воздуха  $\sigma = \frac{\rho_p}{\rho_g}$  можно приближенно принять за константу, а вместо диа-

метра частиц  $d$  взять средний геометрический размер частиц реального песка  $x_0$  [4]. Таким образом, анализ входящих в этот параметр  $\Gamma$  величин показал, что его можно представить в виде динамического аналога числа

Фруда  $Fr = \frac{u_*^2}{x_0 g}$ . Поэтому зависимость максимальной на оси струи мас-

совой концентрации песка  $C_{\max}$  будем искать от динамического аналога числа Фруда, в котором сравнивается касательное напряжение ветропесчаного потока с силой тяжести частиц.

При получении этой зависимости не были использованы результаты трех экспериментов. Одного – над крупным песком в понижении между гребнями эоловой ряби, струя песка которого оказалась высоко приподнята над нулевой поверхностью и имела небольшое значение  $C_{\max}$ . Два других – над мелким песком при больших значениях динамической скорости  $u_* = 0,94$  м/с и  $u_* = 1,06$  м/с, у которых наоборот оказались

очень большие значения  $C_{\max}$ , превышающие значения 2,2 и 2,5 мг·см<sup>-3</sup>, соответственно. Анализ проведения экспериментов показал, что мелкий песок при больших скоростях потока сильно электризуется и частицы налипали на боковые стенки аэродинамического канала, что привело, по-видимому, к значительным систематическим погрешностям в определении как  $C_{\max}$ , так и параметров  $a$  и  $b$  функции (3). Поэтому и для определения зависимостей параметров  $a$  и  $b$  от характеристик ветропесчаного потока результаты этих трех экспериментов далее не использовались.

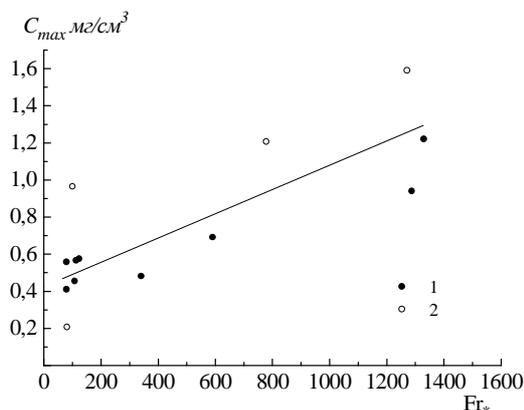


Рис. 5. Зависимость максимальной на оси струи массовой концентрации песка в пограничном слое ветропесчаного потока от динамического аналога

числа  $Fr_* = \frac{u_*^2}{x_0 g}$  для песка размером: 1 –  $x_0 = 172$  мкм, 2 –  $x_0 = 92$  мкм.

На рис. 5 представлена полученная для пограничного слоя ветропесчаного потока статистическая зависимость  $C_{\max}$  от динамического

аналога числа Фруда  $Fr_* = \frac{u_*^2}{x_0 g}$

$$C_{\max} = 0,45 + 6,3 \cdot 10^{-4} Fr_* . \quad (8)$$

Её коэффициент корреляции  $r = 0,81$ , стандартное отклонение  $\sigma_r = \pm 0,24$ . Таким образом, получена зависимость максимальной массовой концентрации частиц  $C_{\max}$  на оси приповерхностной струи от динамической скорости и среднего геометрического размера частиц песка на дне потока.

Перейдем к поиску зависимости параметров формулы (3)  $b$  и  $a$  от физических характеристик потока и частиц песка. Напомню, что они должны быть безразмерными величинами. Наиболее приемлемым, видимо, явля-

ется поиск зависимостей этих величин от отношения  $w_g/u_*$ , значение которого, как показали Баренблатт и Голицын [1, 8], определяет поведение частиц в двухфазном потоке.

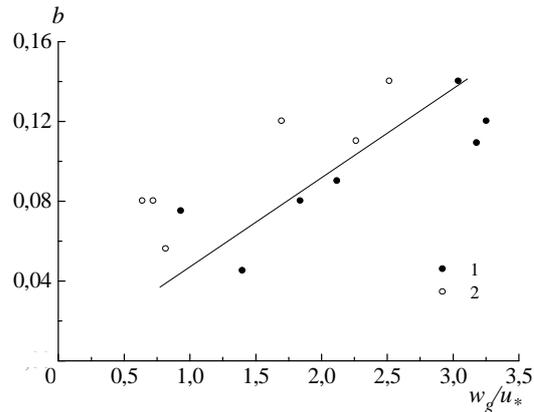


Рис. 6. Зависимость параметра  $b$  формулы (3) для описания вертикального профиля массовой концентрации песка в потоке от безразмерного отношения  $w_g/u_*$ . Условные обозначения см. рис. 5.

Скорость гравитационного падения  $w_g$  определим для среднего геометрического размера частиц песка на поверхности  $x_0$ . Она может быть рассчитана по следующей уточненной эмпирической зависимости, полученной Шаповым,

$$w_g = 6,5 \cdot 10^{-2} \sqrt{g x_0} - 1,27,$$

где  $g$  измеряется в  $\text{м/с}^2$ ,  $w_g$  – в  $\text{м/с}$ , а  $x_0$  – в  $\mu\text{м}$  [6]. Значение  $w_g$ , вычисленное по ней, для песка с  $x_0 = 92 \mu\text{м}$  составляет  $0,68 \text{ м/с}$ , для  $x_0 = 172 \mu\text{м}$  –  $w_g = 1,40 \text{ м/с}$ .

На рис. 6 представлена зависимость  $b$  от отношения  $w_g/u_*$ , которая дана в виде линейной функции (9)

$$b = 0,045(w_g/u_*). \quad (9)$$

На следующем рис. 7 показана зависимость множителя  $\alpha$  в показателе степени экспоненциального члена формулы (3) от отношения  $w_g/u_*$ .

Она также получена в виде линейной функции

$$\alpha = 0,015(w_g/u_*). \quad (10)$$

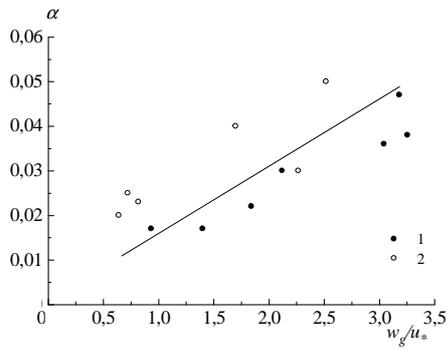


Рис. 7. Зависимость параметра  $\alpha$  формулы (3) для описания вертикального профиля массовой концентрации песка в потоке от безразмерного отношения  $w_g/u_*$ . Условные обозначения см. рис. 5.

Используя полученные зависимости (8), (9) и (10) формулу (3) для описания вертикального профиля массовой концентрации песка в струе песка в нижней части пограничного слоя ветропесчаного потока можно записать в виде

$$C(z) = C_{\max} \cdot \left( \frac{z}{x_0} \right)^{0,045 \frac{w_g}{u_*}} \cdot \exp \left( -0,015 \frac{w_g}{u_*} \cdot \frac{z}{x_0} \right). \quad (11)$$

Она позволяет описать профиль массовой концентрации в струе песка по информации всего лишь о двух величинах потока – динамической скорости потока  $u_*$  и среднем геометрическом размере частиц песка  $x_0$  на дне потока. Дальнейшее накопление результатов измерений профилей концентрации должно уточнить полученные нами числовые множители в формулах (8), (9) и (10).

Как уже говорилось выше, эксперименты с мелким песком, по-видимому, получились с систематическими погрешностями из-за налипания частиц на боковые стенки канала вследствие их электризации, что ухудшило тесноту полученных зависимостей. Так, зависимость  $C_{\max} = f(Fr_*)$  только для крупного песка ( $x_0 = 172$  мкм) имеет большую тесноту связи, чем уравнение (8), что хорошо видно на рис. 5. Её уравнение  $C_{\max} = 0,437 + 4,8 \cdot 10^{-4} Fr_*$  имеет коэффициент корреляции  $r = 0,93 \pm 0,1$ . Очевидно, что при исследованиях переноса мелкого песка необходимо принимать меры против статического электричества, покрывая боковые стеклянные стенки канала антистатиком.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность А.П. Шапову за помощь при постановке и проведении экспериментов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г.И., Голицын Г.С. Локальная структура развитых пыльных бурь. – М.: Изд-во МГУ, 1973. – 44 с.
2. Бютнер Э.К. Динамика приповерхностного слоя воздуха. – Л.: Гидрометеоиздат, 1978. – 158 с.
3. Прандтль Л. Гидроаэромеханика / Пер. с нем. – 2-ое изд. – М.: Изд-во иностр. лит., 1951. – 575 с.
4. Семенов О.Е. О распределении песчаных частиц по размерам на юге Казахстана вследствие эоловых процессов // Тр. КазНИГМИ. – 1970. – Вып. 36. – С. 153–165.
5. Семенов О.Е. О массовой концентрации частиц в пограничном слое ветропесчаного потока. // Гидрометеорология и экология. – 2009. – №2. – С.7 – 27.
6. Шапов А.П. Определение гидродинамической крупности частиц реального песка // Гидрометеорологические проблемы Приаралья. – Л.: Гидрометеоиздат, 1990. – С.154 – 157.
7. Bagnold R.A. The physics of blown sand and desert dunes. – London: Methuen. 1954. – 265 p.
8. Barenblatt G.I., Golitsyn G.S. Local structure of Matyre Dust Storms // J. Atmos Sci.– 1974 – Vol. 31, №7. – P. 1917 – 1933.

Казахский научно-исследовательский институт экологии и климата. г. Алматы

### **ЖЕЛДІ-ҚҰМДЫ АҒЫМНЫҢ ШЕКАРАЛЫҚ ҚАБАТЫНДАҒЫ БӨЛШЕКТЕРДІҢ ТОПТАСҚАН КОНЦЕНТРАЦИЯ ПРОФИЛДЕРІ ПАРАМЕТРЛЕРІНІҢ ФИЗИКАЛЫҚ ҚҰРАМЫ ТУРАЛЫ**

Физ.-мат. ғылымд. канд. О.Е. Семенов

*Желді-құмды ағымның шекаралық қабатындағы құм массасының орын ауыстыруы ағыс мінезді. Ағыстағы бөлшектердің масса концентрациясы  $C(z) = A \cdot z^b \exp(-\alpha \cdot z)$  функциясымен формалды сипатталады, мұндағы  $A$ ,  $b$  және  $\alpha$  - сандық көбейткіштер. Ағыстағы ең жоғарғы концентрациясына  $C_{\max}$  функцияны нормалау,  $Z$  - шыңдарын  $x_0$  бөлшектің өліміне  $A$  параметрін  $C_{\max}$  физикалық шамасына ауыстыруға мүмкіндік берді, және де құм ағысының теңдігі*

$$C(z) = C_{\max} \cdot \left( \frac{z}{x_0} \right)^{0,045 \frac{w_g}{u_*}} \cdot \exp \left( -0,015 \frac{w_g}{u_*} \cdot \frac{z}{x_0} \right) \text{ түрінде пайда болды,}$$

*мұндағы  $u_*$  - динамиалық жылдамдық,  $w_g$  -  $x_0$  орташа геометриялық мөлшердегі олардың бөлшектерінің гравитациялық құлау жылдамдығы. Сонымен қатар  $C_{\max}$  Фрут санының динамикалық аналогына қатынасы табылды.*