

УДК 556.011:551.311.21

НОВАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
СЕЛЕВОГО ПОТОКА И ЕЕ КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ

Канд. физ.-мат. наук Т.С. Степанова

Излагается гипотеза образования валов при формировании грязекаменных селей, которые вызывают пульсацию их гидрографа. Дана система дифференциальных уравнений в частных производных, реализующая эту гипотезу. Проведен качественный анализ системы с помощью метода изоклин и исследования устойчивости особых точек траекторий.

Валообразный (пульсирующий) характер движения селевых потоков отмечался многими исследователями селей. При этом в качестве факторов, вызывающих волны, называют завалы на пути следования ("заторы" по Флейшману [11]), морфометрические особенности строения горных русел [7], поступление дополнительной воды вместе с рыхлообломочной породой [12] и т.д. Наибольшей популярностью пользуется гипотеза о заторах. В то же время отрицание роли заторов в образовании селевых валов мы находим в работах Ю.Б. Виноградова [1], В.И. Шушарина, наблюдавшего формирование и прохождение селей в бассейне р. Средний Талгар [14], В.А. Голубовича [2]. Не наблюдались они и в экспериментах по искусственному воспроизведению селевых потоков в природном селевом очаге бассейна р. Чемолган, проводимых КазНИГМИ в 1972-1978 и в 1991 гг. [2, 6, 13].

Анализ результатов наблюдений за чемолганскими селями показал, что истоки пульсации лежат гораздо глубже - их следует искать еще на стадии зарождения селя, и что пульсация является органической и самой специфической чертой селевого процесса. На рис.1 и 2 показаны измеренные гидрографы чемолганских селей 1973, 1975, 1976 и 1991 гг., а в табл.1 - основные наблюдаемые характеристики. Измерения проводились бесконтактным способом с помощью сейсморасходомеров.

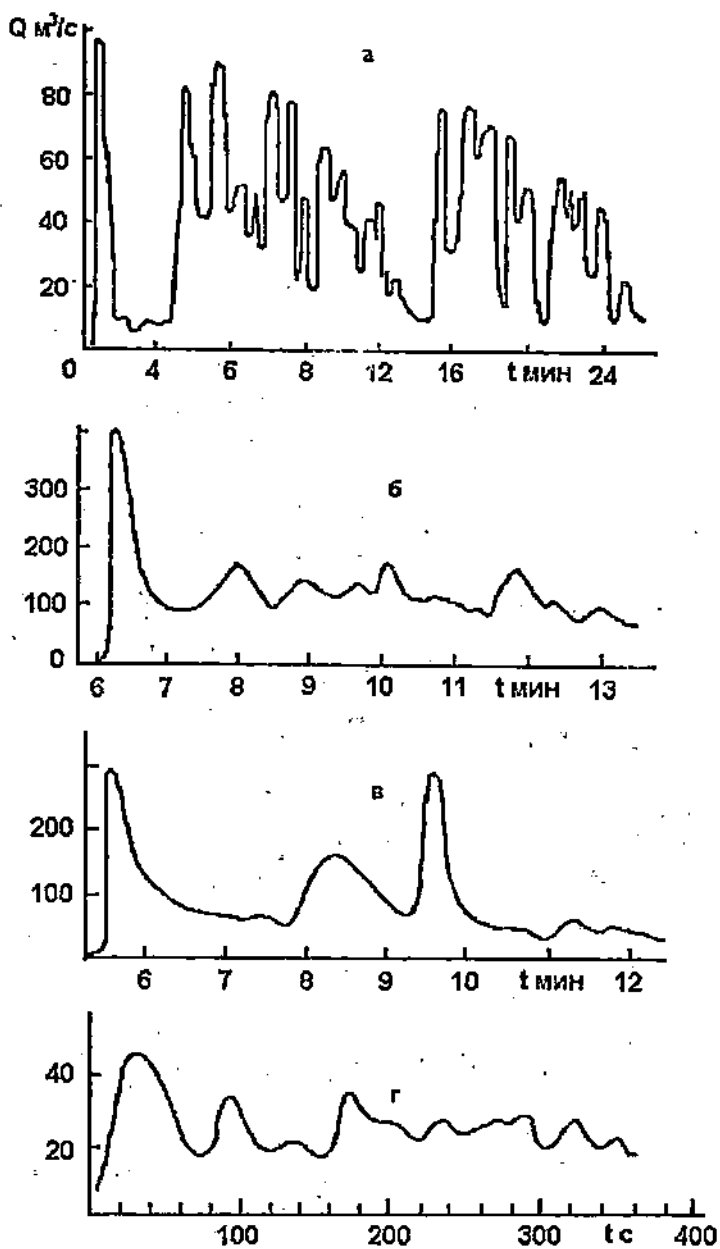


Рис 1. Наблюденные гидрографы чемолганских селей: а - 1973 г.; б - 1975 г. 1-й попуск; в - 1975 г. 2-й попуск; г - 1976 г.

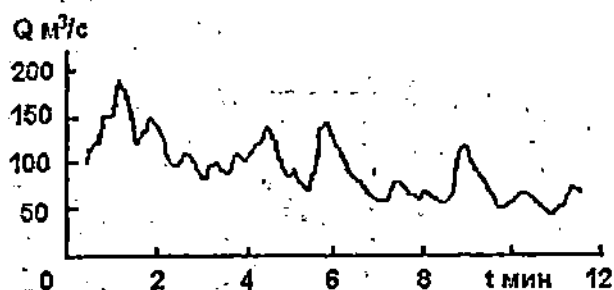


Рис.2. Гидрограф чемолганского селя 1991 г.

Таблица 1

Основные характеристик чемолганских селей

Год эксперимента	Номер попуска	Длительность попуска, мин	Максимальный водный расход, м³/с	Количество валов	Интервал между валами, мин	Максимальный расход селя, м³/с
1972	1	14,0	16,0			100
	1	2,5		1		
1973	2	10,0	16,2	5	2	110
	3	9,0		4		
1975	1	8,0	27,5	4	2	430
	2	8,0	15,2	4	1,5-2,5	320
1976	1	16,0	5,0	4	1,5	45
1978	1	6,5	9,2	2	1,5	130
1991	1	40,0	22,0	20	1,5-2,5	190

Принцип действия сейморасходомера описан в работе [8]; там же приведены спектральные характеристики, результаты испытаний при измерении расходов воды на горных реках северного склона

хр. Заилийский Алатау ($Q=1+4 \text{ м}^3/\text{с}$), измеренный гидрограф паводка, возникшего вследствие прорыва озера, подпруженного ледн. Медвежий в июле 1973 г. ($Q=1000 \text{ м}^3/\text{с}$), дано сопоставление измеренного гидрографа чемолганского селя 1978 г. с рассчитанным по данным об уровне и скорости потока. Указанное сопоставление и сопоставление измеренного и наблюдаемого прорывного гидрографа на ледн. Медвежий показало хорошее их совпадение. Этот факт, а также положительные результаты опытной эксплуатации сейсморасходомера на гидростаях горных рек вселяют уверенность в том, что возможности прибора велики.

Итак, измеренные сейсморасходомером гидрографы чемолганских селей - уникальные данные. Никто не мог себе даже вообразить, что когда-нибудь перо самописца отобразит гидрограф селевого потока с расходом больше $400 \text{ м}^3/\text{с}$!

И какова же открылась картина?! Селевой процесс не просто нестационарный, он волнообразный. Будучи участницей всех чемолганских экспериментов, я могла наблюдать за каждым селем воочию и за его образом на регистрационном устройстве прибора. Момент максимального подъема графика соответствует движению первого вала (головы) селя, который включает наибольшее количество крупных обломков и обладает наибольшей мощностью. (Вот когда чувствуешь дыхание стихии.) Последующие валы, как правило, не имеют такой мощи, но также поражают воображение; они двигаются с интервалом 1,5 - 2,5 мин (см. табл.1). Поэтому, когда в дальнейшем мы будем использовать термины валообразность и волнообразность как синонимы, первый из них будем относить к натуре, второй - к графику.

Китайские исследователи Г. Ванг и Дж. Ни [15] также подметили, что пульсация - основное отличительное свойство селевых потоков и что она обуславливается не только особенностями селевого русла, но и "условиями подачи материала с верхней части потока" (on the supply conditions of the materials from the upstream). Для математического описания профиля потока авторы указанной работы предлагают модифицировать уравнения гидравлики в соответствии с реологическими характеристиками вовлекаемых в движение грунтовых масс. Эта модификация не нова. Ранее она была предложена С.С. Григоряном [3]. Но она не принципиальна.

Постоянство плотности движущейся среды — главное ограничение гидравлических моделей при использовании их для описания селевых процессов; причем, она должна быть задана изначально. А ведь плотность селевой смеси плюс грансостав твердого компонента являются важнейшими характеристиками, от которых зависит тип селей, режим их движения (квазиустановившийся в случае грязевых и наносоводных или валообразный в случае грязекаменных), максимальный расход, реологические и кинематические характеристики, ударное воздействие, которые меняются на протяжении всего селевого процесса. Их применение правомерно лишь для описания идеализированной ситуации — движения селей в достаточно гладких руслах без изменения плотности, т.е. в отсутствие взаимодействия потока с руслом. И хотя в некоторых случаях подобная идеализация и правомерна, в целом такой упрощенный взгляд не может удовлетворить.

Интересных гипотез о причинах валообразования, и тем более достаточно разработанных, мало. Гипотеза о заторах, как причине пульсации, сыграла отрицательную роль не только потому, что она неверна, но и потому, что, как точно сказал В. А. Голубович: "Однажды высказанное на этот счет мнение со временем потеряло свой предположительный смысл и превратилось в чистое утверждение. К сожалению, впоследствии многие исследователи селей часто уже не затрудняли себя поисками объяснения такого факта, а указывали эту причину" [2]. В сущности правдоподобных гипотез можно назвать лишь две. В.А. Голубович в цитируемой работе высказал следующую причину: "неодновременное вовлечение в селевой процесс отдельных порций рыхлообломочного материала вследствие обрушений, которые определяют характер селеобразования после начала селевого процесса." Однако, как справедливо отмечает сам автор, обрушения имеют место после достаточного углубления русла. Поэтому первый грязекаменный вал должен быть после достаточно длительного прохождения предселевого наносоводного паводка. В общем случае это не так. Как правило, голова селя движется по сухому руслу. Тем не менее описываемый В.А. Голубовичем процесс имеет место при последующих попусках воды, либо в качестве вообще постселевых явлений, какие, например, имели место в Кумбельском очаге практически в течение месяца после селя, сформировавшегося 3 августа 1977 г. При формировании селевого потока обрушения, не являясь основной

причиной валообразования, придают процессу стохастическую окраску, с чем в общем-то необходимо считаться.

Анализ материалов чемолганских экспериментов позволил выдвинуть интересную гипотезу о причинах валообразования [9], правдоподобность которой до сих пор не отрицается. Результаты топогеодезической съемки очага после прохождения селевого потока показали характерную картину размыва массива рыхлообломочных пород, которую оставляет после себя поток (рис.3). Очевидно, что наблюдаемые на графиках ярко выраженные колебания площадей размыва грунта (S) по длине очага (l) свидетельствуют о пульсирующем характере селевого процесса. Следовательно, анализируя функцию $S(l)$, можно сделать определенные выводы о поведении потока в очаге селеформирования. Что же вызывает пульсацию при равномерном водном попуске на входе очага? Проведенный корреляционный анализ не обнаружил прямой статистической связи между площадями размыва и уклонами участков русла, а также площадями размыва и шириной русла. Нет оснований считать, что физико-механические свойства рыхлообломочных пород неоднородны по длине очага настолько, чтобы побуждать процесс к пульсации, поскольку экстремумы функции $S(l)$ для селевых потоков различных лет не совпадают. Таким образом, пульсирующий характер движения селевых потоков нельзя объяснить воздействием на поток внешних факторов, в качестве которых в данном случае предстают характеристики русла. В связи с этим естественно предположить, что пульсация обусловлена внутренним механизмом взаимодействия потока с селеформирующими грунтами, слагающими русло. Этот механизм таков.

Поступление воды с расходом выше критического на вход очага приводит к срыву самоотстойки и вовлечению твердого материала в движение. Насыщение потока твердым материалом влечет за собой увеличение плотности смеси. Пропорционально росту плотности изменяется движущая сила потока и силы внутреннего трения. Под внутренним трением здесь мы понимаем трение, возникающее между крупными компонентами смеси в результате турбулентного перемешивания, значимое при концентрациях твердого вещества, лежащих в интервале 0,3-0,6, и квазивязкостное трение, значимое при концентрациях больше указанного предела. Этот предел условен, определяется по большей части грансоставом селеформирующих грунтов и минералогией их пылевато-глинистой фракции. Будем

считать эти силы главными в том комплексе воздействий, который испытывает на себе поток в естественных условиях; тогда соотношение движущих сил и сил сопротивления предопределяет дальнейший ход событий. Проследим за судьбой головного отсека потока, поступившего на вход очага.

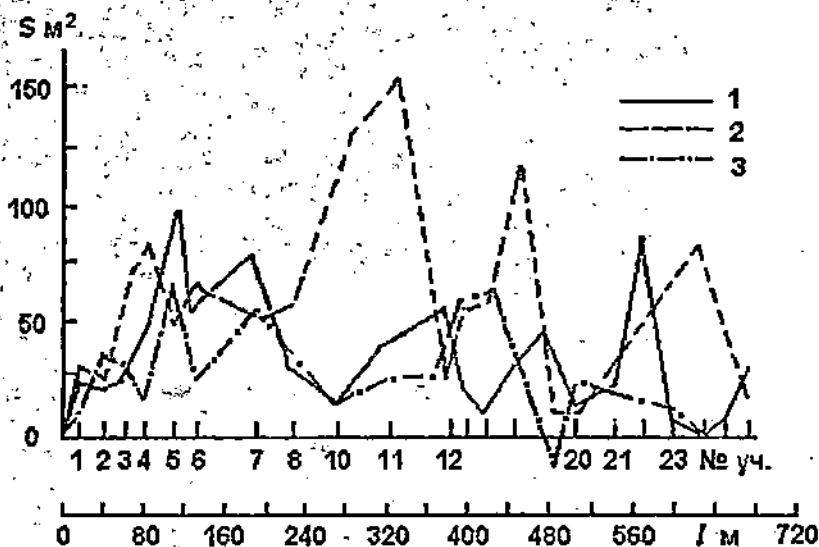


Рис.3. Графики площадей размытия Чемолганского селевого очага в экспериментах по искусственному воспроизведению селевых потоков: 1 - 1972 г.; 2 - 1975 г.; 3 - 1976 г.

При движении в поток вовлекаются частицы грунта, что приводит (помимо увеличения плотности смеси) к увеличению расходных характеристик потока, с одной стороны, и размытию грунта, с другой (см.рис.3, створы 2-4 по кривой 1975 г.). Пока силы сопротивления незначительны, изменение расходных характеристик приводит к увеличению скорости движения головного отсека и эродирующей способности потока. Но благодаря нелинейности роста сил сопротивления (как функции плотности), начиная с некоторого значения концентрации частиц в потоке, соотношение между движущей силой и силами сопротивления движению изменится в пользу последних (рис.4), и, несмотря на увеличение глубины потока, движение насыщенной части потока замедлится. Рост плотности и

уменьшение скорости сказывается и на эродирующей способности смеси, следствием чего является уменьшение площади размыва (спад кривой $S(l)$ на участке 4-5 створов, см. рис.3). Вследствие замедления скорости движения передового отсека последующая, менее концентрированная порция потока догоняет обогащенную и разжижает ее. Логическим следствием уменьшения плотности смеси будет

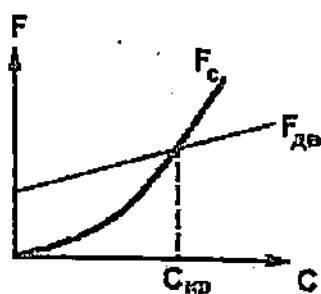


Рис.4. Гипотетическая зависимость движущей и сопротивляющей сил от концентрации твердого материала в селевом потоке

уменьшение сил внутреннего трения, увеличение скорости и эродирующего воздействия потока на грунты, что сопровождается интенсификацией их размыва (участок 5-6 створов).

Описанный цикл периодически повторяется с непрерывным нарастанием расхода и плотности смеси - явление накачки; в результате на выходе очага мы наблюдаем селевой вал высокой плотности. Момент достижения критической концентрации, определяющий смену направления процесса, зависит от расхода водного паводка, устойчивости грунтов к эрозии, реологических свойств смесей. Эти же характеристики при достаточной длине очага селеформирования определяют размах пульсации.

Явление накачки иллюстрируется рис.5. Допустим, что плотность первого отсека потока превысила среднее значение и это привело, помимо увеличения расхода, к уменьшению скорости его движения. Тогда второй, более быстрый отсек, начинает догонять первый, увеличивая его объем (момент времени t_2). Селевая смесь второго отсека обладает существенно отличными от первого реологическими свойствами и меньшей плотностью. Вследствие деформации фронтального отсека через некоторое время обе порции смеси перемешиваются, что приводит к разжижению смеси первого отсека, и скорость вновь образованного фронтального отсека увеличится (момент t_3). Далее по мере обогащения этого отсека обломками пород плотность смеси фронтальной части потока снова увеличится, а его скорость начнет уменьшаться, и вслед текущие отсеки

начнут его догонять (момент t_4). Вновь произойдет перемешивание густых и менее густых порций смеси и т.д. до тех пор, пока плотность смеси фронтальной части (головы) потока не достигнет предельного значения (при сохранении, конечно, условий набора).

Период накачки - это средний интервал между последовательными моментами торможения фронтального отсека.

$$\tau_L = \frac{1}{3} [(t_4 - t_2) + (t_6 - t_4) + (t_8 - t_6)].$$

Если гидрограф водного попуска имеет вид ступени,

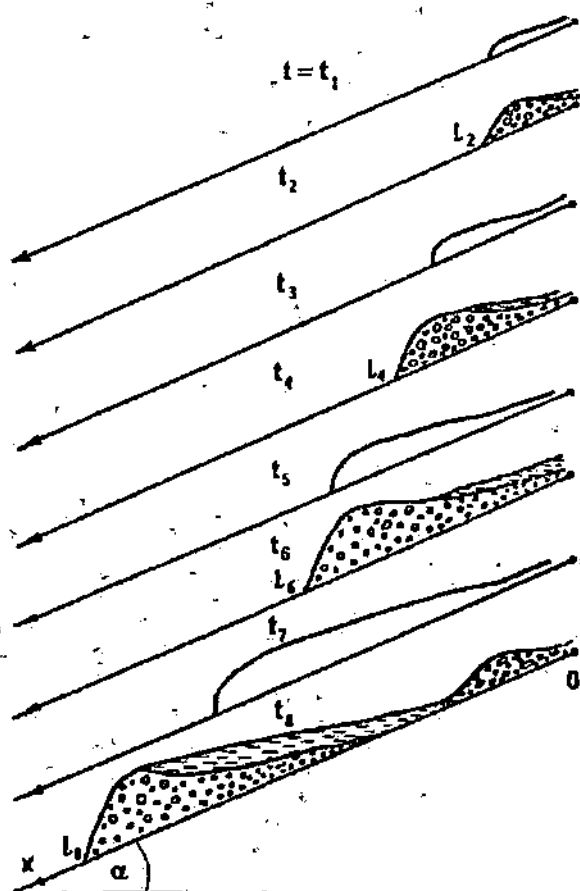


Рис.5. Стадии формирования передового вала селевого потока

вероятность того, что первый селевой вал будет иметь максимальные характеристики, наибольшая, т.к. устойчивость поверхностного слоя рыхлообломочных пород к эрозии мала. В ситуации, когда гидрограф паводка представлен серией П-образных попусков, максимальные характеристики может иметь и первый вал i -го попуска, т.к. в интервале времени между попусками возможно обрушение в русло больших объемов грунта (вследствие потери устойчивости бортов), насыщенных

фильтрационными водами. Эти обрушения придают описанной закономерности стохастическую окраску.

Изложенная гипотеза была подтверждена данными о скорости продвижения передовой части потока в очаге, полученными в ходе чемолганского селевого эксперимента 1975 г. Эти данные приведены в работе [13], по ним построен график изменения скорости продвижения первого вала селя в очаге (рис. 6).

Согласно изложенной гипотезе, подъем графика площадей размыва должен соответствовать уменьшению скорости, а спад величины S - подъему графика v , т.е. эти величины должны находиться

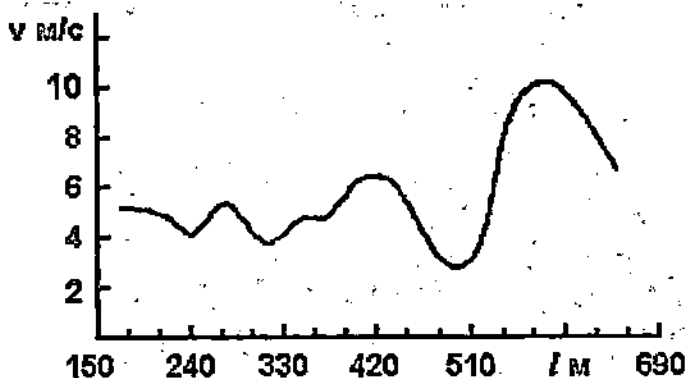


Рис. 6. Скорость продвижения первого вала селя по данным чемолганского селевого потока 1975 г.

в противофазе. Сопоставление указанных величин (рис.7) подтверждает это основное положение гипотезы. Обнадеживает так же тот факт, что упрощенная модель второго уровня, рассматривающая процесс по длине, но в осредненных по времени величинах, адекватна природному процессу формирования селевого потока (табл.2). Модель изложена в работе [10].

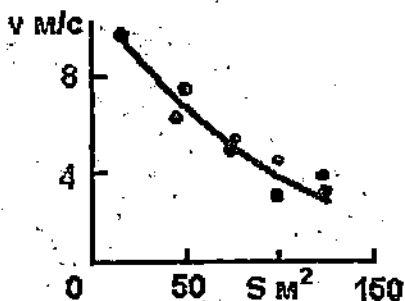


Рис. 7. Связь скорости продвижения фронта волны и площадей размыва русла (по данным чемолганского эксперимента 1975 г.)

Согласно принятой идеализации, основными видами работ, которые придется совершить водному потоку в ходе трансформации в селевой, являются:

- работа, затрачиваемая на эрозию селеформирующих пород и вовлечение их в движение (потенциальная возможность потока совершить эту работу определяет эродирующую способность потока);

- работа по преодолению сил внутреннего трения.

Сдвиг в рассматриваемом типе процесса присутствует в основном как осыпание подмытых бортов очага, которые в таком случае являются даровым, но нерегулярным поставщиком твердого вещества в поток. Учесть влияние прибавки твердого материала за счет обрушений на характеристики потока в первом приближении можно в осредненных значениях, во втором - в виде стохастического параметра.

Таблица 2

Проверка адекватности модели селевого потока второго уровня по чемолганским селям

Объект	Средний расход селя, м ³ /с		Объем селя, тыс.м ³		Плотность селя, кг/м ³	
	фактический	расчетный	фактический	расчетный	фактический	расчетный
Чемолган-75						
1-попуск	130	120,0	60,4	69,0	2200	2254
2-попуск	100	66,0				2151
Чемолган-76	17	13,0	15,0	16,0	2100	1900
Чемолган-91	190	206,7	-	116,5	2200	2207

Зная, что в процесс селеформирования включаются частицы всех крупностей, мы не слишком погрешим против истины, если будем оперировать понятием "твердый материал" и рассматривать гипотетическую смесь воды и такого твердого материала. Это позволит нам прибегнуть к дифференциальным уравнениям.

Интенсивность набора твердого материала определим величиной

$$j = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(v\rho)}{\partial x}, \quad (1)$$

где ρ - плотность селевой смеси, v - скорость потока.

Это, как определил Л. Г. Лойцянский для случаев движения сплошной среды с непрерывным по ходу движения возникновением вещества, интенсивность притока массы, характеризуемая "секундным, отнесенным к единице объема, приростом массы вещества в данной точке потока". Чтобы не смешивать ее с индивидуальной производной по времени $\frac{dp}{dt}$ он принимает для нее обозначение j [5].

Согласно изложенной выше гипотезе, в простейшем случае эродирующая способность потока пропорциональна мощности, которой обладает поток за вычетом потерь на внутреннее трение, а интенсивность набора - эродирующей способности. Тогда получим уравнение, соответствующее закону сохранения энергии, поскольку интенсивность набора и скорость изменения кинетической энергии потока - сопряженные величины, а по известному закону последняя равна мощности, которую развивают действующие силы:

$$\rho_t + (v\rho)_x = k_1 v (\rho - B_1 \nu \mu - B_2 v^2 \rho), \quad (2)$$

где μ - коэффициент вязкости селевой смеси, k_1 , B_1 , B_2 - коэффициенты пропорциональности.

Коэффициенты k_1 , B_1 и B_2 принимаем в качестве параметров модели, и при исследовании системы они могут быть определены известными способами идентификации параметров, а также с помощью имитационного моделирования.

Важнейшим фактором, влияющим на развитие процесса, является направленное движение среды, поэтому второе уравнение системы должно касаться скорости движения потока. Тогда, записав уравнение движения и неразрывности, получим замкнутую систему дифференциальных уравнений - модель селеформирования

$$v_t + vv_x = g \sin \alpha - \frac{q_T}{\omega} v - gh_x \cos \alpha - k_\mu \frac{\mu v}{\rho \omega}, \quad (3)$$

$$\omega_t + v\omega_x + \omega v_x = q_T, \quad (4)$$

где h , ω - глубина и площадь поперечного сечения потока; q_T - секундный объем притока твердого материала рыхлообломочного грунта) на единицу длины русла.

Решение системы (2)-(4) должно удовлетворять следующим граничным и начальным условиям:

$$\begin{aligned} \rho(0, t) &= \rho_0 = \rho_0, & \rho(x_k, t) &= \rho_{\text{пр}}, & v(0, t) &= v_0(t), & v(x_k, t) &= v_{\text{пр}}, \\ h(0, t) &= h_0(t), & h(x_k, t) &= h_{\text{пр}}, & \rho(x, t_0) &= \rho_0, & v(x, t_0) &= v_0, \\ h(x, t_0) &= h_0(x), \end{aligned}$$

где ρ_* - плотность воды; h_0, v_0 - начальные значения глубины и скорости водного попуска; $\rho_{\text{пр}}$ - предельная для данных условий плотность селя; $v_{\text{пр}}$ - скорость фронта при $\rho = \rho_{\text{пр}}$, определяется специальной процедурой.

Запишем общий вид нашей системы

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= f(\rho, v), \\ \frac{dv}{dt} &= \varphi(\rho, v) - gh_x \cos \alpha, \\ \frac{d\omega}{dt} &= P(\rho) - \omega v_x. \end{aligned} \quad (5)$$

Для качественного анализа, как известно, рассматривается фазовый портрет системы. Решению уравнений

$$\rho = \rho(x, t), \quad v = v(x, t), \quad h = h(x, t)$$

соответствует движение изображающей точки по фазовой траектории. Совокупность фазовых траекторий, соответствующих различным начальным условиям, и есть фазовый портрет системы.

Фазовое пространство для нашей системы трехмерно. Построение фазового портрета такой системы представляет большие трудности, возможно не меньшие, чем решение исходной системы уравнений. Но возможно сечение фазового портрета плоскостью, параллельной (ρ, v) при фиксированном значении величины h , тоже даст нам некоторое представление о поведении нашей системы. Для этого рассмотрим семейство интегральных кривых уравнения

$$\frac{dv}{d\rho} = \frac{\varphi(\rho, v)}{f(\rho, v)}, \quad (6)$$

полученного исключением времени t из (5) при $h = \text{const}$.

В силу теоремы о существовании и единственности решения дифференциального уравнения через каждую точку фазовой плоскости может проходить только одна интегральная кривая, наклон которой в

этой точке определяется уравнением (6). Исключения составляют лишь особые точки, в которых одновременно

$$f(\rho, v) = 0, \quad \varphi(\rho, v) = 0. \quad (7)$$

Угол наклона в этих точках неопределен ($dv/d\rho = 0/0$), поэтому здесь может пересекаться несколько и даже бесконечное множество интегральных кривых. Очевидно, что интегральная кривая уравнения (6) в точках, в которых она определена, совпадает с траекторией системы (5) или ее частью.

Особые точки уравнения (6) соответствуют положениям равновесия системы (5), или, иначе говоря, стационарным решениям. Решения системы (7) $\rho = \bar{\rho} = \text{const}, v = \bar{v} = \text{const}$ поэтому называются стационарными значениями.

Поскольку уравнение (6)

$$\frac{dv}{d\rho} = \frac{g \sin \alpha - \frac{q_r}{\omega} v - k_\mu \frac{\mu v}{\rho \omega}}{k_1 v (\rho - B_1 v \mu - B_2 v^2 \rho)}$$

аналитического решения не имеет, то построение фазового портрета произведем качественно. Например, можно использовать метод изоклин [3]. Изоклины обладают тем свойством, что траектории системы, проходящие через все, отличные от состояний равновесия точки каждой кривой, имеют в этих точках одинаковые направления

касательных, т.е. $\frac{dv}{d\rho} = \text{const}$.

Особый интерес представляют главные изоклины - изоклины вертикальных и горизонтальных касательных. Для изоклины горизонталей имеем

$$\frac{dv}{d\rho} = 0 \quad \text{или} \quad \varphi(\rho, v) = 0,$$

для изоклины вертикалей

$$\frac{dv}{d\rho} = \infty \quad \text{или} \quad f(\rho, v) = 0.$$

На пересечении главных изоклин располагаются особые точки. Качественную оценку, как правило, можно сделать, зная лишь расположение главных изоклин и характер устойчивости особых точек.

Построим главные изоклины нашей системы (рис.8).
Выражение для изоклины горизонталей имеет вид (кривая 1)

$$V_{(r)} = \frac{\rho g \omega \sin \alpha}{\rho q_T + k_\mu \mu} \quad (8)$$

для изоклины вертикалей (кривая 2 на рис.8)

$$B_2 \rho v_{(a)}^2 + B_1 \mu v_{(a)} - \rho = 0.$$

Расчет произведен при следующих параметрах системы: русло трапецидальное с постоянным уклоном, $\sin \alpha = 0,2$; начальный расход потока $q_0 = 27 \text{ м}^3/\text{с}$, живое сечение $\omega = 25 \text{ м}^2$ при глубине 2 м, для ситуации экспоненциальной зависимости относительной вязкости смеси от концентрации твердого вещества в смеси

$$\mu = (1,0 + 2,5C)[10C + \exp(11C^2)].$$

Коэффициенты B_1 и k_μ находятся из предельной ситуации (на конец очага); например, для чемолганских селей мы взяли при $\rho = 2400 \text{ кг/м}^3$, $v_{пр} = 4,0 \text{ м/с}$; тогда $k_\mu = 2,0 \cdot 10^3$, $B_1 = 52,0$ (соответствующих единиц системы СИ).

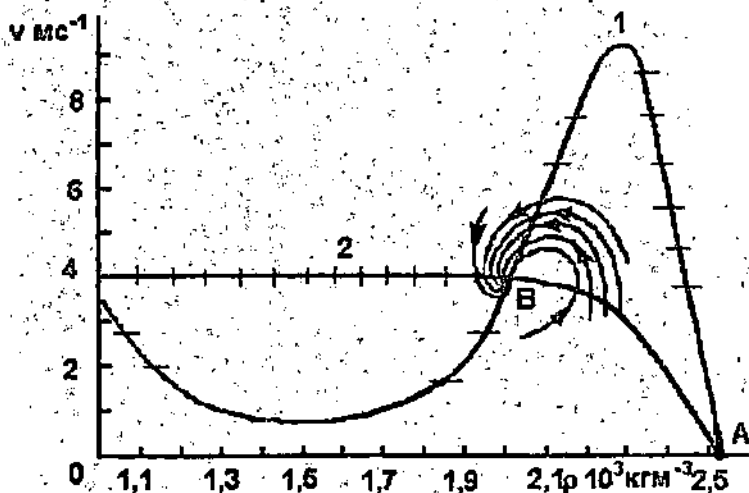


Рис. 8. Главные изоклины и фазовые траектории системы, описывающей пульсацию селя: 1 - изоклина горизонталей; 2 - изоклина вертикалей.

Графики показывают, что такая система имеет две особые точки, одна из которых - положение равновесия (точка А, см. рис.8.) представляет собой стационарное решение, к которому стремится система при $\rho_c \rightarrow \rho_{np}$, связанное по существу с остановкой селя.

Для исследования другой особой точки (В) рассмотрим линеаризованную систему дифференциальных уравнений, которая описывает движение вблизи положения равновесия. Разложив правые части системы (5) по степеням малых отклонений ρ' , v' от стационарных значений $\bar{\rho}$, \bar{v}

$$\begin{aligned}\rho' &= \rho - \bar{\rho}, \\ v' &= v - \bar{v}\end{aligned}$$

и отбросив все члены, начиная с квадратичных, получим систему

$$\begin{aligned}\frac{d\rho'}{dt} &= \left. \frac{\partial f}{\partial \rho} \right|_{\bar{\rho}, \bar{v}} \rho' + \left. \frac{\partial f}{\partial v} \right|_{\bar{\rho}, \bar{v}} v' = a_{11} \rho' + a_{12} v', \\ \frac{dv'}{dt} &= \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \right|_{\bar{\rho}, \bar{v}} \rho' + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right|_{\bar{\rho}, \bar{v}} v' = a_{21} \rho' + a_{22} v'.\end{aligned}\tag{9}$$

Линейная система (9) имеет нетривиальное решение

$$\rho' = \rho'_0 e^{\mu t}, \quad v' = v'_0 e^{\mu t},$$

если ρ является корнем характеристического уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \rho & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \rho \end{vmatrix} = 0.\tag{10}$$

Значения ρ_1 и ρ_2 , полученные из решения уравнения (10), определяют характер движения вблизи особых точек исходной нелинейной системы (5), если только ни одно из них не обращается в нуль (иначе нужно исследовать приближения более высокого порядка). Рассчитаем коэффициенты характеристического уравнения:

$$\begin{aligned}a_{11} &= \frac{\partial f}{\partial \rho} = -k_1 \bar{v}^2 B_1 \bar{\mu}'; \\ a_{12} &= \frac{\partial f}{\partial v} = k_1 (\bar{\rho}) - 2B_1 \bar{\mu} \bar{v} - 3B_2 \bar{\rho} \bar{v}^2;\end{aligned}$$

$$a_{21} = \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} = -\frac{\bar{v}}{\omega} \bar{q}'_r - \frac{k_\mu \bar{v}}{\omega} \left(\frac{\bar{\mu}}{\bar{\rho}} \right)';$$

$$a_{22} = \frac{\partial \varphi}{\partial v} = -\frac{\bar{q}_r}{\omega} - \frac{k_\mu \bar{\mu}}{\bar{\rho} \omega},$$

где штрихи при μ и q_r обозначают производную по аргументу.

Для вышеприведенных исходных данных и $\rho = 2000 \text{ кг/м}^3$, $\bar{v} = 4 \text{ м/с}$, $\bar{\mu}_{2000} = 0,22 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Тогда $a_{11} = -1,74$, $a_{12} = -5,72$, $a_{21} = 8,1$, $a_{22} = -0,73$ и характеристическое уравнение имеет вид:

$$\begin{vmatrix} -1,74 - p & -5,72 \\ 8,1 & -0,73 - p \end{vmatrix} = 0.$$

Дискриминант равен $D = -184,31$, а уравнение имеет комплексно-сопряженные корни

$$P_{1,2} = \delta \pm ik = -1,2 \pm i6,8.$$

А из теории устойчивости динамических систем известно, что в этом случае при $\delta < 0$ в системе будут происходить затухающие колебания. На фазовой плоскости это соответствует семейству спиралей, накручивающихся на особую точку - устойчивый фокус, как показано на рис.8. Возможно, что при переменной глубине таких точек будет не одна.

Рассмотренная при качественном анализе ситуация была преднамеренно идеализирована, и неучтенные величины могут вносить нелинейные и частотные искажения, приводя к изменению не только амплитуды, но и периода волны. Но уверенность в том, что мы на правильном пути, дает нам тот факт, что в исходной системе учтены все главные факторы, влияющие на формирование селя и его поведение, а также упомянутое выше подтверждение гипотезы, положенной в основу системы уравнений. Решение системы и проверка адекватности модели - следующий шаг в создании конструктивных моделей селевого процесса.

В заключение хочется отметить, что поистине пульсирующие процессы повсеместны и вездесущи, как и сели в горах, как вся Вселенная, которую, как сказал Гераклит, "не создал никто ни из богов, ни из людей, но она была, есть и будет вечно живым огнем, согласно своему закону вспыхивающим и угасающим".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов Ю.Б. Искусственное воспроизведение селевых потоков на экспериментальном полигоне в бассейне р.Чемолган // Селевые потоки. - 1976. - № 1 - С. 3-7.
2. Голубович В.А. О волнообразном характере движения селевых потоков // Селевые потоки. - 1980. - № 4. - С. 27-31.
3. Григорян С.С. Новый закон трения и механизмы крупномасштабных горных обвалов и оползней // ДАН СССР. - 1979. - Т. 244. - № 4. - С. 846-849.
4. Качественная теория динамических систем второго порядка/ А.А. Андронов, Е.А.Леонтович, И.И.Гордон, А.Г.Майер - М.: Наука, 1966. - 568 с.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1973. - 847 с.
6. Мочалов В.П., Ким А.К., Хайдаров А.Х. Результаты эксперимента "Чемолган-91" // Селевые потоки. - 1991. - № 12. - С. 101-109.
7. Соколовский Д.Л. Речной сток. - Л.: Гидрометеоиздат, 1968. - 540 с.
8. Степанов Б.С. Основные характеристики селевых потоков и селевой массы. Методы измерений // Труды КазНИГМИ. - 1982. - Вып.79. - 136 с.
9. Степанова Т.С. О принципе пульсации в селевом процессе // Селевые потоки. - 1980. - № 4. - С. 24-27.
10. Степанова Т.С. Эскизная модель эрозионно-сдвигового селевого процесса // Селевые потоки. - 1983. - № 7. - С. 31-39.
11. Флейшман С.М. Сели. - Л.: Гидрометеиздат, 1978. - 312 с.
12. Херхеулидзе И.И. Расчет основных характеристик селевых потоков // Международный симпозиум по паводкам и их расчетам. - Л.: Гидрометеиздат, 1969. - С. 384-395.
13. Хонин Р.В., Ксремкулов В.А., Мочалов В.П. Третий эксперимент по искусственному воспроизведению грязекаменного потока // Селевые потоки. - 1977. - № 2. - С. 57-63.
14. Шушарин В.И., Марков И.Н. Наблюдения за формированием гляциальных селей в бассейне р.Средний Талгар // Селевые потоки. - 1976. - № 1. - С. 98-107.

15. Wang G., Ni J. Analyses of the wave profile of intermittent debris flow
// The Soviet - China-Japan symposium disasters. - 1991. -
P. 346-355.

Казахский научно-исследовательский институт
мониторинга окружающей среды и климата

**СЕЛ ТАСҚЫНДАРЫНЫҢ ДИНАМИКАЛЫҚ
МОДЕЛДЕРІ ЖӘНЕ ОНЫҢ САПАЛЫ
ТАЛДАМАСЫ ТУРАЛЫ МІНДЕТТЕРДІҢ
ЖАҢАША ҚОЙЫЛУЫ**

Физ.-мат. ғ. канд. Т.С. Степанова

Топырақты-тасты, яғни оның тамыр соғысы гидрографты шақырарлықтай селдің құрылуы барысындағы жалпы жиынтықтың гипотезасы баяндалады. Бұл гипотезаны таратушы жекелей туындаған дифференциялды теңгеру жүйесі берілген. Изоклин әдісімен және траекторияның айрықша нүктесінің беріктігін зерттеудің көмегімен жүйеге сапалы талдамалар жүргізілді.