
УДК 551.311.21:624

**УРАВНЕНИЕ ГИДРОТРАНСПОРТА М.А.ВЕЛИКАНОВА
В СВЕТЕ СОВРЕМЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ
О СВОЙСТВАХ СЕЛЕВЫХ СМЕСЕЙ**

Г.М.Орсаева

Приводятся результаты сравнительного анализа уравнений гидротранспорта. Показаны причины, отдалившие создание теории существования селевых смесей.

За последние десятилетия селеведение пополнилось новыми фундаментальными знаниями о природе явления, созданы новые методы и средства исследования селевых потоков и свойств селевых смесей. Однако, до сих пор не существует общепринятой точки зрения по важнейшим вопросам динамики селей. В работе [2] приводится анализ состояния проблемы математического моделирования селей и высказывается мнение о том, что "главная причина порой диаметрально противоположных представлений даже о наиболее распространенных селевых явлениях - низкий уровень развития реологии селевых смесей". В такой ситуации полезно обернуться назад и проанализировать результаты, полученные когда-то, опираясь на имеющуюся информационную базу.

Сейчас можно с уверенностью утверждать, что гравитационная теория М.А.Великанова, основанная на анализе баланса энергий: энергии, которой поток располагает на взвешивание частиц, и энергии, которую необходимо затратить на поддержание их во

взвешенном состоянии, является частным случаем теории существования селевых смесей и справедлива для упрощенной ситуации, когда можно пренебречь пластическими свойствами селевых смесей [3].

М.А. Великанов рассматривает прямолинейное равномерное движение жидкости с большим количеством взвешенных твердых частиц, причем форма сечения в целях общности принимается им произвольной. Решая задачу о гидротранспорте, он приравнивает работу силы тяжести сумме двух работ: силы сопротивления и силы взвешивания и получает выражение [1]

$$g\rho_d i\Omega u = b\rho_d \chi u^3 + g(\rho_s - \rho)\omega s(1-s)\Omega, \quad (1)$$

которое после деления на $\rho_d \chi u^3$ примет вид

$$\frac{gRi}{u^2} = b + \frac{gRi}{u^2} \left[\frac{s(1-s)}{1+as} \frac{a\omega}{ui} \right], \quad (2)$$

где i - уклон русла, равный $\sin\alpha$; ρ_s - плотность твердого вещества; ρ - плотность воды; ρ_d - плотность селя (дисперсоида), определяемая из выражения $\rho_d = \rho_s s + \rho(1-s)$; Ω - площадь живого сечения; χ - смоченный периметр; R - гидравлический радиус; ω - гидравлическая крупность; s - концентрация твердого вещества; b - постоянная; u - средняя по сечению скорость; a - параметр, равный $\rho_s/\rho - 1$; $\lambda = gRi/u^2$ - коэффициент сопротивления; $[s(1-s) a\omega]/[(1+as)ui]$ - коэффициент полезного действия потока как взвесенесущего механизма.

Далее автором [1] утверждается, что "критическому состоянию потока, при котором ни размыва, ни осаждения не происходит, должно соответствовать совершенно определенное значение коэффициента сопротивления, равное $\lambda_{кр}$, а следовательно, произведение в скобках для такого критического состояния должно быть также постоянной величиной". М.А. Великанов преобразовывает это произведение, заменяя среднюю скорость через пропорцио-

нальное выражение [1]

$$u = \frac{\sqrt{gRi}}{\alpha},$$

где $\alpha = 0,4$ - коэффициент Кармана, и обозначает его через β

$$\beta = \frac{s(1-s)}{1+as} \beta. \quad (3)$$

Здесь
$$\beta = \frac{a \alpha \omega}{i\sqrt{gRi}}. \quad (4)$$

На экспериментальном материале было определено среднее значение параметра $s=0,204$, его среднеквадратичное отклонение составляет 10 %, что по мнению автора цитируемой работы является вполне допустимым.

Затем, подставляя среднее значение s в уравнение (3), М.А.Великанов решает его относительно s , но при этом делает ошибку, исключая один корень со знаком "+" перед радикалом, утверждая, что "положительный знак приводит для s к физически неприемлемому значению $s>1/2$ ". А между тем, этого не следовало делать.

Рассмотрим решение уравнения (3) с математической точки зрения, не принимая пока во внимание физические аспекты, для области определения $]-\infty; +\infty [$.

Итак, уравнение (3) имеет два корня. Обозначим

$$s_1 = \frac{1-ab/\beta}{2} + \sqrt{\frac{(1-ab/\beta)^2}{4} - \frac{b}{\beta}}, \quad (5)$$

$$s_2 = \frac{1-ab/\beta}{2} - \sqrt{\frac{(1-ab/\beta)^2}{4} - \frac{b}{\beta}}, \quad (6)$$

причем $\frac{(1-ab/\beta)^2}{4} - \frac{b}{\beta} \geq 0$.

При $\frac{(1-ab/\beta)^2}{4} - \frac{b}{\beta} = 0$ (7)

$s_1 = \min s_1, s_2 = \max s_2$.
Следовательно,

$$s_p = \min s_1 = \max s_2 = \frac{1-ab/\beta}{2} - \text{особая точка.}$$

Решаем (7) относительно $1/\beta$. Получаем два корня, обозначим аналогично предыдущему

$$\frac{1}{\beta_1} = \frac{a+2+2\sqrt{a+1}}{a^2 b},$$

$$\frac{1}{\beta_2} = \frac{a+2-2\sqrt{a+1}}{a^2 b}.$$

Далее, при $1/\beta = 0$ $s_1 = 1, s_2 = 0$.

График функций s_1, s_2 представлен на рис.1. На нем можно увидеть, что эти функции имеют разрыв между точками $1/\beta_1$ и $1/\beta_2$. Причем каждая ветвь одной функции соединяется с аналогичной ветвью другой функции в соответствующей точке s_{p1} или s_{p2} , образуя таким образом две "параболы", одна из которых, соответствующая $1/\beta_1$, полностью находится в отрицательной полуплоскости. Следовательно, ее не следует рассматривать, поскольку она не является физически значимой. По этой же причине не рассматриваются отрицательные значения

$1/\beta$. Таким образом, решением задачи будут значения функций s_1 и s_2 для всех $1/\beta$ из интервала $[0, 1/\beta_2]$. Причем всегда $s_{\max} = \max s_1 = 1$, $s_{\min} = \min s_2 = 0$.

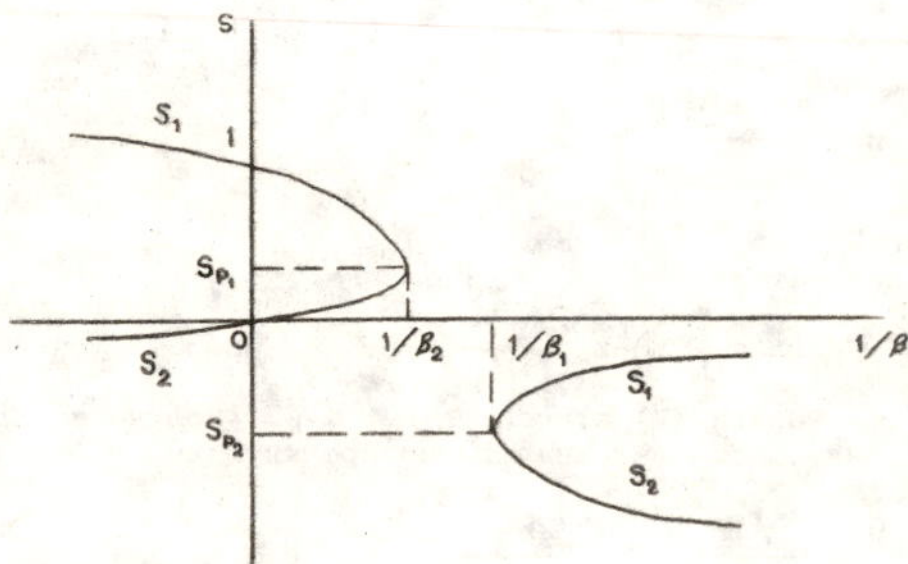


Рис.1 Совмещенный график функций s_1 и s_2 для области определения $]-\infty; +\infty[$ и области значений $]-\infty; +\infty[$

Поскольку параметр a может изменяться только в зависимости от плотности твердого вещества ρ_s , то при $\rho_s \rightarrow \rho$ $a \rightarrow 0$, $1/\beta \rightarrow 1/(4b)$, $s_{p1} \rightarrow 0,5$ (рис.2). Если от безразмерной величины $1/\beta$ перейти с помощью формулы (4) к уклону русла i , то, меняя значения гидравлического радиуса и гидравлической крупности при постоянной плотности, можно проследить смещение графика функции s , являющейся комбинацией функций s_1 и s_2 , относительно уклона (рис.3).

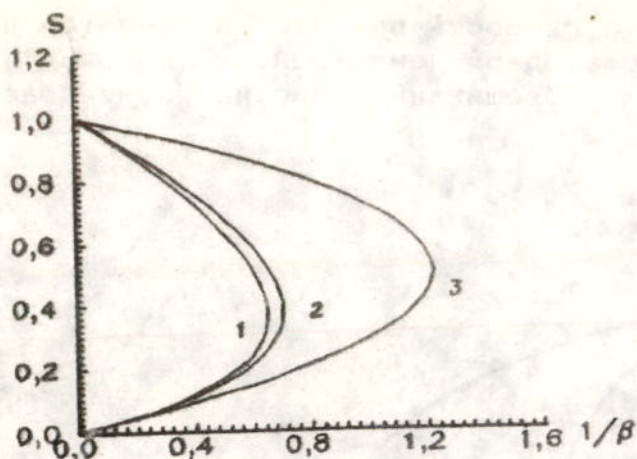


Рис. 2 Изменение значений функции s , являющейся композицией функций s_1 и s_2 , в зависимости от плотности твердого вещества : $\rho_s = 3000 \text{ кг/м}^3$ (1), $\rho_s = 2650 \text{ кг/м}^3$ (2), $\rho_s = 1001 \text{ кг/м}^3$ (3)

Рассмотрим полученные результаты с физической точки зрения. Нетрудно видеть, что решение данной задачи есть не что иное, как частный случай кривой состояния селевой смеси, описанной в работе [3]. При этом функция s_1 не должна достигать своего максимума, равного единице, а функция s_2 - своего минимума, равного нулю, при $i=0$, поскольку на нулевом уклоне не может существовать какого-либо движения, и уравнение (1) теряет свой физический смысл. Минимальным значением функции s_2 следует считать значение концентрации при таком уклоне русла, на котором уже возникает перемешивание селевой смеси, возможное лишь при турбулентном течении. Функция s_2 должна либо обрываться задолго до приближения к 1, либо иметь перегиб, поскольку при увеличении концентрации селевой смеси в два раза на порядок увеличивается

ее вязкость, а скорость при этом изменяется незначительно, благодаря чему мощность потока, затрачиваемая на взвешивание частиц, уменьшается [3].

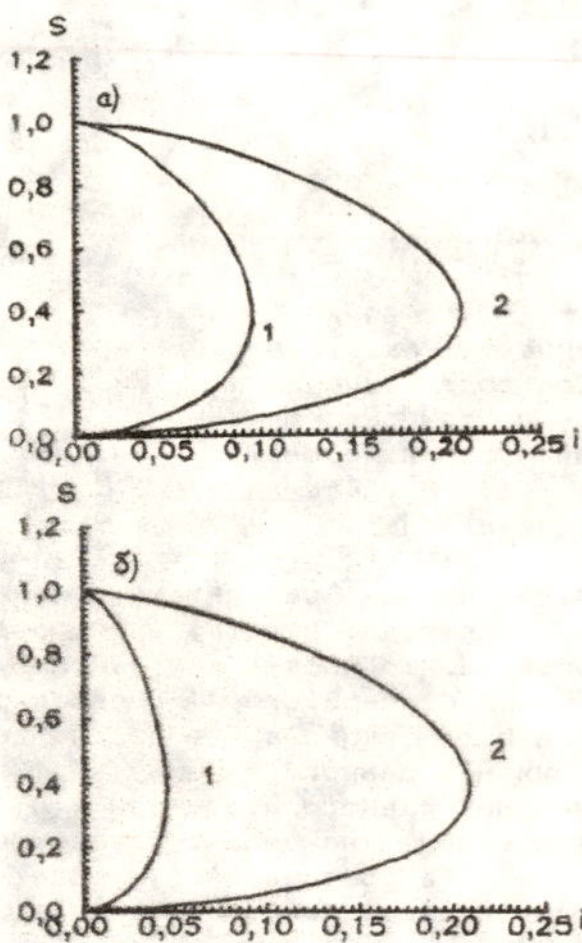


Рис. 3 Изменение значений функции s , являющейся композицией функций s_1 и s_2 , относительно уклона русла в зависимости от гидравлического радиуса (а): $R=1$ м (1), $R=0,1$ м (2) и от гидравлической крупности (б): $\omega=0,02$ м (1), $\omega=0,2$ м (2)

Согласно вышеуказанной работе кривую состояния можно получить, если определить значения концентрации и уклона, пропорционального у М.А.Великанова безразмерному параметру $1/\beta$, в точках пересечения удельной мощности потока (для единичного объема), необходимой для взвешивания частиц $N_{НВЗВ}$ и удельной мощности потока (также для единичного объема), затрачиваемой потоком на взвешивание частиц $N_{ВЗВ}$ для различных уклонов русла, т.е. при $N_{НВЗВ} = N_{ВЗВ}$.

В случае, когда вязкостные свойства селевой смеси не учитываются, эти мощности будут соответственно равны

$$N_{НВЗВ} = g(\rho_s - \rho)\omega s(1-s), \quad (8)$$

$$N_{ВЗВ} = k_0 \rho_d u i, \quad (9)$$

где $k_0 = \text{const}$ - коэффициент полезного действия потока как взвесенесущего механизма, $u = k_2 N^{0.67} i^{0.5}$, $k_2 = 35$. На рис.4 приведены совмещенные графики функций $N_{НВЗВ}$ и $N_{ВЗВ}$.

Значение уклона русла для определенного значения концентрации можно определить из следующего выражения

$$i = \frac{g(\rho_s - \rho)\omega s(1-s)}{k_0 \rho_d u i}. \quad (10)$$

По формуле (10) получается упрощенный вид кривой состояния селевой смеси, напоминающий кривые, полученные по формуле М.А.Великанова. Б.С.Степанов предлагает ввести в (8), (9) число Рейнольдса (Re), учитывающее вязкостные свойства потока ($Re = \rho_d u H / \mu$), и тогда формулы примут следующий вид

$$N_{НВЗВ} = g(\rho_s - \rho)\omega s(1-s)^n, \quad (11)$$

где $n = 2,39$ для $Re \geq 500$,
 $n = 4,45 Re^{-0.1}$ для $200 < Re < 500$,

$$N_{ВЗВ} = k_0 (1 - e^{-kRe})^3 \rho_d u i, \quad (12)$$

где k - эмпирический коэффициент. Благодаря этому кривая состояний селевой смеси способна принимать различные формы, в частности - быть однозначной или неоднозначной, в зависимости от проявления вязкостных свойств потока и от его глубины.

Уклон русла при этом определяется из выражения

$$i = \frac{g(\rho_s - \rho) \omega s (1-s)^n}{k_0 (1 - e^{kRe})^3 \rho_d u i} \quad (13)$$

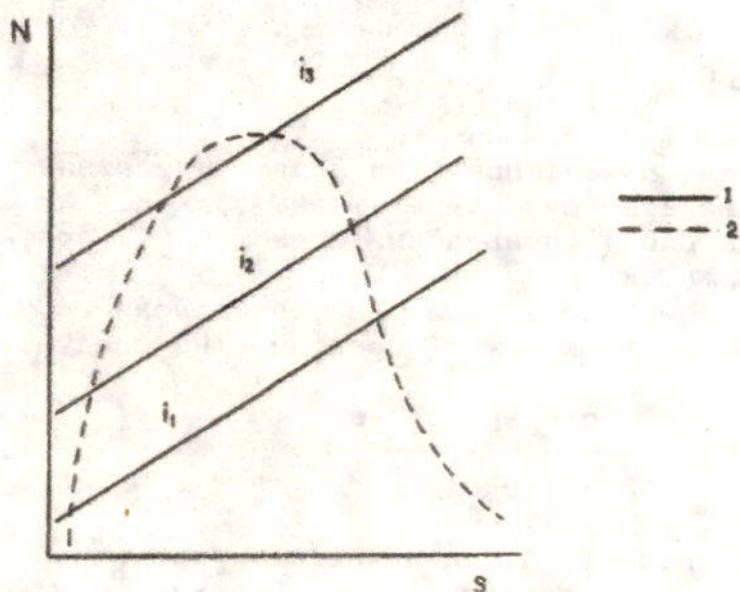


Рис. 4 График функций $N_{ВЗВ}$ (1) и $N_{НВЗВ}$ (2) без учета вязкостных свойств селевой смеси ($i_1 < i_2 < i_3$)

В работе [3] анализируется и иллюстрируется рисунками (рис.5) характер изменения функции (13), названной автором z -функцией, в зависимости от плотности твердой составляющей смеси при различных глубинах и уклонах русел в предположении,

что частицы даже при минимальных глубинах потоков и уклонах русел в составе потоков перемещаются во взвешенном состоянии.

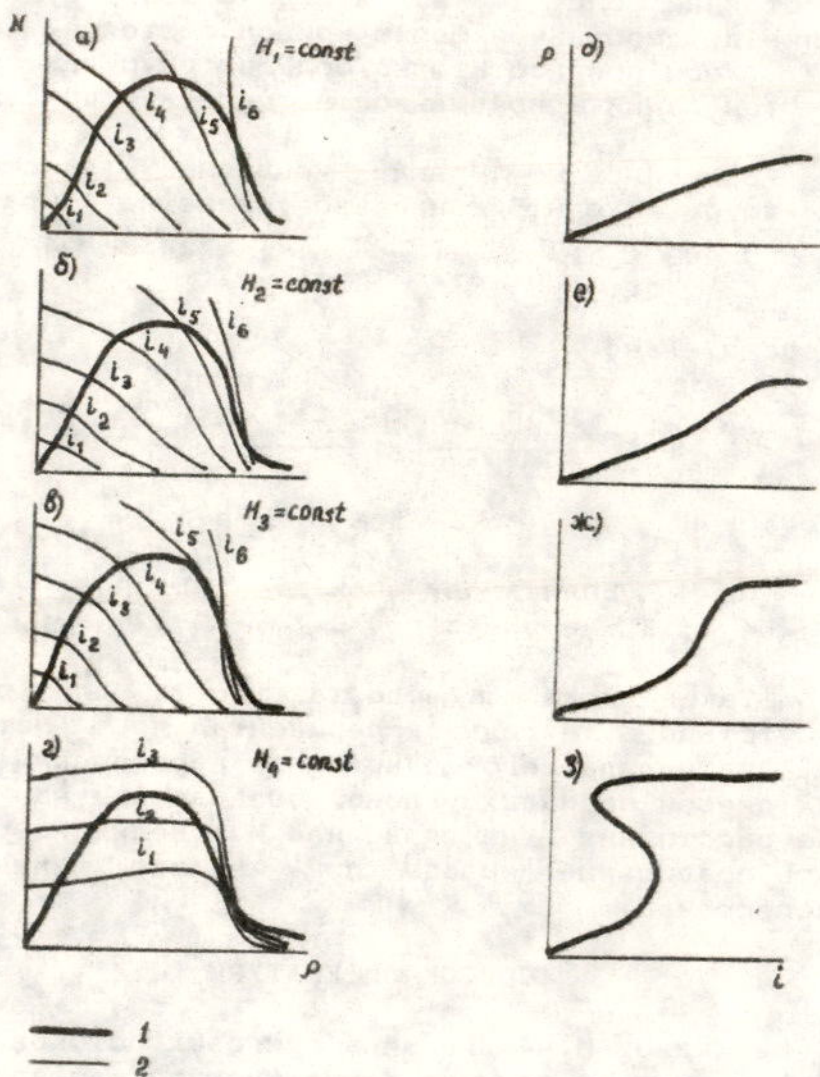


Рис. 5 Зависимость N_{HVZV} (1) и N_{VZV} (2) от плотности смеси (а, б, в, г) при $H_1 < H_2 < H_3 < H_4$ для $i_1 < i_2 < i_3 < i_4$ и соответствующие им z -функции (д, е, ж, з)

Там же приводятся результаты экспериментальных исследований, доказывающих возможность перемещения плотных смесей ($s > 0,5$), не обладающих пластическими свойствами, на уклонах 20-30 мин на расстоянии более 10 км, что доказывает существование петлеобразной формы кривой состояний селевой смеси при достаточно больших глубинах потока и, тем самым, правильность теоретических выкладок.

Великанов же, решая уравнение (7) относительно β , находит минимальное значение β , равное

$$\beta_{\min} = b \left\{ a + 2 + 2\sqrt{a+1} \right\}.$$

Следовательно,

$$s_{\max} = \frac{1 - ab/\beta}{2} = \frac{1 + \sqrt{a+1}}{a + 2 + 2\sqrt{a+1}}.$$

По М.А.Великанову при $a = 1,65$ $\beta_{\min} = 1,41$, $s_{\max} = 0,38$, а при $a = 0$ $\beta_{\min} = 0,82$, $s_{\max} = 0,5$ [1].

Таким образом, недостаточность или полное отсутствие в те годы экспериментального материала, подтверждающего возможность перемещения плотных смесей на малых уклонах без распада на большие расстояния, не позволило М.А.Великанову сделать правильные выводы при анализе кинематики дисперсоида.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Великанов М.А. Динамика русловых потоков. - М: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1955. - Т.2. - 323 с.
2. Степанов Б.С., Степанова Т.С. Механика селей. - М: Московское отделение Гидрометеоздата, 1991. - 380 с.
3. Степанов Б.С. Явление скачкообразного измене-

ния плотности селевых потоков. Заявка на открытие // Селевые потоки. - Сб.12. - С.141-172.

Казахский научно-исследовательский институт мониторинга окружающей среды и климата

СЕЛ ҚОСПАЛАРЫНЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ
ТУРАЛЫ БҮГІНГІ ҰҒЫМҒА БАЙЛАНЫСТЫ
М.А.ВЕЛИКАНОВТЫҢ ГИДРОКӨЛІКТІ ТЕҢДЕУІ

Г.М.Орсаева

Гидрокөлікті теңдеудің салыстырмалы талдау нәтижелері келтірілген.
Сел қоспалары тіршілігі теориясын жасаудың себептері көрсетілген.