Гидрометеорология и экология
№ 3-4 2000

УДК 519.713; 519.711:53

РЕГИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ДЛЯ ТЕРРИТОРИИ КАЗАХСТАНА

Канд. геогр. наук А.Х. Ахмеджанов
Л.А. Балакай

Разработана региональная модель численного анализа метеорологических полей для территории Казахстана. Первый этап расчета состоит в интерполировании данных метеостанций в узлы регулярной сетки, второй этап – в согласовании полученных значений метеоэлементов на основе геострофических соотношений.

Развитие вычислительной техники повлекло за собой пересмотр методов обработки метеорологических данных и методов их представления для оперативного прогноза погоды. Первые существенные результаты были получены при интерполировании данных нерегулярной сети наблюдений на регулярную сетку с применением методов полиномиальной и оптимальной интерполяции [1,2]. Существует ряд других методов анализа данных, среди которых основными являются: метод взвешенного среднего, весовая анизотропная интерполяция и метод последовательных приближений (коррекции) [3,4]. Каждый их указанных выше методов обладает определенными достоинствами и недостатками.

Достаточно простое представление интерполируемых величин в виде полиномов является преимуществом метода полиномиальной интерполяции, а основной недостаток связан с тем, что реальные метеорологические поля часто плохо описываются кривыми 2-го и 3-го порядков. В случае редкой сети наблюдений некоторые значения коэффициентов интерполяции оказываются сильно зависящими от ошибки измерений, что может приводит к большим ошибкам интерполяции.

В методе оптимальной интерполяции предполагается однородность и изотропность полей аномалий исследуемых метеорологических элементов. В действительности это выполняется далеко не всегда, что снижает качество интерполяции в целом. Метод предполагает необходимость знания корреляционных функций, что требует анализа большого банка данных.Определенным недостатком метода последовательных приближений является некоторая произвольность при построении предварительного поля, а также при выборе весов для соответствующих пунктов наблюдений в зависимости от их плотности и расстояний между ними.

Проблема формальной интерполяции является первым этапом обработки метеорологической информации. На втором этапе необходимо согласовать между собой полученные значения метеоэлементов. Теоретические модели прогноза погоды и климата накладывают жесткие условия на обработку начальных полей с точки зрения их согласованности. Эта задача существенно обогащает содержание объективного анализа, поставив проблему обработки данных на один уровень с методами прогноза погоды. Общий вариационный метод был описан в работе [3], в котором вариационная задача сводилась к решению краевой задачи. В работе [5] описана региональная модель объективного анализа для территории Казахстана. В [3] показано, что для трех- четырехмерного анализа наиболее подходящим и эффективным является метод весовой анизотропной интерполяции (ВАИ).

Пусть $f_m(x,y,z)$ - данные измерений определенного метеоэлемента в трехмерном пространстве, m- количество пунктов наблюдения. Тогда его значение в любой точке пространства можно описать формулой:

$$f(x,y,z) = \frac{\sum_{k=1}^{m} a_k \cdot f_k}{\sum_{k=1}^{m} a_k}, \qquad (1)$$

где a_k - веса, которые в свою очередь определяются из решения следующей системы линейных уравнений:

$$\sum_{k=1}^{m} a_k \cdot r_{kv} = r_{0v}, \quad (v = \overline{1,m}), \qquad (2)$$

где r - расстояние между точками, в которых имеются известные значения интерполируемой величины.

Учет высоты расположения пункта наблюдений позволяет учитывать рельеф рассматриваемого района. Интерполированное значение будет равно начальному его значению, если узел сетки случайно совпадает с координатами пункта наблюдений, а при вычислении весов учитываются особенности расположения пунктов наблюдений. Двумерный случай применения метода ВАИ испытан достаточно полно. Проблема его применения для больших размерностей заключается в неравноправности различных координат по отношению к метеорологическим полям. К примеру, заметно отличаются масштабы метеорологических элементов по вертикали и по горизонтали. Для рационального использования этого метода необходимо провести определенное преобразование многомерного пространства с целью достижения равнозначности размерности. Наиболее простым методом введения равнозначности являются множители при соответствующих координатах. Если v и s две точки, отстоящие друг от друга на некотором расстоянии, то в качестве метрики может использоваться следующее выражение:

$$r_{kv} = \sqrt{(X_k - X_v)^2 + (Y_k - Y_v)^2 + c_\xi^2 (Z_k - Z_v)^2}, \qquad (3)$$

где c_ξ^2 - параметр, значение которого устанавливается путем оптимизации диагностических или прогностических значений интерполируемой функции. Для метеорологических полей, согласно [3], оптимальное значение $c_\xi^2 = 0{,}6$.

Система линейных алгебраических уравнений (2) решается методом Гаусса, рекуррентные формулы которого позволяют отыскивать искомые значения весов a_v при любом значении m. Интерполированные значения не всегда согласуются между собой, то есть не всегда представляют собой единый поток. На это влияют ошибки измерений рассматриваемых величин.

Рассмотрим вопрос согласования геопотенциала и поля ветра на основе геострофических соотношений. Обозначим интерполированные значения геопотенциала через H_0, компоненты ветра через U_0, V_0, а согласованные значения через H, U, V соответственно. Последние должны быть определены из минимума следующего функционала:

$$\iint_G [\alpha_H^2 (H - H_0)^2 + \alpha_V^2 (U - U_0)^2 + \alpha_V^2 (V - V_0)^2] dG \to \min. \qquad (4)$$

При условии выполнения следующих геострофических соотношений:

$$U = -\frac{1}{l} \cdot \frac{\partial H}{\partial y}, V = \frac{1}{l} \cdot \frac{\partial H}{\partial x}, \qquad (5)$$

где G - рассматриваемая область $46{,}49° \le x \le 87{,}31°; 40{,}56° \le y \le 55{,}44°$, представляющая собой территорию Республики Казахстан, α_H, α_V - веса, придаваемые значениям геопотенциала и скорости ветра, l - параметр Кориолиса (для умеренных широт $l = 1{,}2 \cdot 10^{-4} c^{-1}$).

За параметр согласования q принимается следующее соотношение:

$$q = \frac{\alpha_H^2}{\alpha_V^2}.$$

Будем считать, что на границе области определяемые функции принимают следующие значения: $U = U_0, V = V_0, H = H_0$.

Задача (4 – 5) сводится по средствам вариационного исчисления к решению уравнения Гельмгольца для функции φ, определяющей отклонение согласованного поля геопотенциала от интерполированного. $(\varphi = H - H_0)$.

$$\Delta\varphi - ql^2\varphi = \frac{\partial V_0}{\partial x} - \frac{\partial U_0}{\partial y} - \Delta H_0 \qquad (6)$$

Это уравнение решалось численным методом в конечных разностях в том же поле, на котором проводилась интерполяция. Для решения (6) могут использоваться следующие конечно-разностные соотношения:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{2h}, \frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}}{2h},$$

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_{i+1,j} + \varphi_{i-1,j} + \varphi_{i,j+1} + \varphi_{i,j-1} - 4\varphi_{i,j}}{2h^2}, \qquad (7)$$

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_{i+1,j} + \varphi_{i-1,j} + \varphi_{i,j+1} + \varphi_{i,j-1} - 4\varphi_{i,j}}{h^2},$$

$$dx = dy = h.$$

С учетом (7) уравнение (6) перепишется в следующем виде:

$$\varphi_{i+1,j} + \varphi_{i-1,j} + \varphi_{i,j+1} + \varphi_{i,j-1} - 4\varphi_{i,j} = F_{i,j}, \qquad (8)$$

где $F_{i,j} = \frac{1}{2h}(V_{0i+1,j} - V_{0i-1,j} - U_{0i,j+1} + U_{0i,j-1})$, в граничных точках $\varphi_{i,j} = 0$.

Для решения системы (8) применяется экстраполяционный метод Либмана (метод верхней релаксации), согласно которому необходимо провести следующую итерационную процедуру:

$$\varphi_{i,j}^{\nu+1} = \varphi_{i,j}^{\nu} + \alpha \cdot (\varphi_{i-1,j}^{\nu+1} + \varphi_{i+1,j}^{\nu} + \varphi_{i,j-1}^{\nu+1} + \varphi_{i,j+1}^{\nu} - 4\varphi_{i,j}^{\nu} - F_{i,j}), \qquad (9)$$

где ν - номер итерации, α - параметр релаксации.

Условием сходимости является соблюдение соотношения: $\alpha \le 0.5$.

Итерационный процесс заканчивается при выполнении условия:

$$\left|N^{\nu+1} - N^{\nu}\right| \le N^{\nu+1}\varepsilon,$$

$$N^{\nu} = \sum_{i=1}^{10}\sum_{j=1}^{20}\varphi_{i,j}^{\nu}, \qquad (10)$$

где ε - требуемая точность (10^{-4}).

После определения $\varphi_{i,j}$ можно вычислить согласованный геопотенциал и сглаженное поле ветра

$$H_{i,j} = H_{i,j}^{0} + \varphi_{i,j},$$

$$U_{i,j} = u_{0i,j} - \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{2hl}, \qquad (11)$$

$$V_{i,j} = v_{0i,j} + \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}}{2hl}.$$

Является важным представление метеорологических полей геопотенциала, поля ветра и температуры повысотно, то есть на барических поверхностях. Рассмотрим шесть стандартных барических уровней по давлению P: 1000, 850, 700, 500, 300, 200 мбар, на которых можно расположить ту же выше описанную горизонтальную сетку. Толщину слоев в атмосфере между уровнями z_1 и z_2 можно определить по барометрической формуле реальной атмосферы:

$$z_2 - z_1 = R_c \cdot \overline{T} \cdot \ln\left[\frac{P_1}{P_2}\right], \qquad (12)$$

где R_c - удельная газовая постоянная водяного пара (R_c=461,51 $м^2/c^2K$), $\overline{T}$ - средняя температура слоя, P_1 и P_2 - значения давления на границах слоя.

По данным высотного зондирования можно интерполировать метеоданные на указанных уровнях по формулам (1-3) и получить интерполированные поля H_0, U_0, V_0, T_0 в узлах регулярной сетки.

В рамках геострофических и статистических приближений приведем вариационное согласование полей геопотенциала, ветра и температуры. Для этого требуется найти такие согласованные поля H, U, V, T, которые бы обеспечивали минимум функционала

$$\iiint_G [\alpha_H^2(H - H_0)^2 + \alpha_V^2(V - V_0)^2 + \alpha_T(T - T_0)^2]dG \to \min \qquad (13)$$

и удовлетворяли системе соотношений:

$$U = -\frac{1}{l}\cdot\frac{\partial H}{\partial y}, V = \frac{1}{l}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}, T = \frac{\partial H}{\partial \zeta}, \zeta = R\ln(\frac{P}{P_0}), \qquad (14)$$

где $\alpha_H^2, \alpha_V^2, \alpha_T^2$ - веса, придаваемые данным геопотенциала, ветра и температуры соответственно, R – газовая постоянная для сухого воздуха ($R = 287 м^2 / с^2 К$); P – давление; P_0 = 1000мбар

На границе области G будем считать, что искомые функции принимают значения исходных. Функционал (13) является квадратичным и наложенные связи (14) – линейными, поэтому задача должна иметь единственное решение. Согласно теории вариационного исчисления задача сводится к решению следующего дифференциального уравнения для отклонения φ согласованного геопотенциала от интерполированного $(\varphi = H - H_0)$

$$\Delta\varphi + kl^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - ql^2\varphi = l\left(\frac{\partial U_0}{\partial x} - \frac{\partial U_0}{\partial y}\right) - \Delta H_0 + kl^2\left(\frac{\partial T_0}{\partial z} - \frac{\partial^2 H_0}{\partial z^2}\right), \qquad (15)$$

где $k = \frac{\alpha_T^2}{\alpha_V^2}, q = \frac{\alpha_H^2}{\alpha_T^2}$.

Для представления (15) в конечных разностях были использованы следующие соотношения, где μ - любая из представляемых функций

$$\frac{\partial\mu}{\partial x} = \frac{\mu_{i+1,j,k} - \mu_{i-1,j,k}}{2h},$$

$$\frac{\partial\mu}{\partial y} = \frac{\mu_{i,j+1,k} - \mu_{i,j-1,k}}{2h},$$

$$\Delta\mu = \frac{\mu_{i+1,j,k} + \mu_{i-1,j,k} + \mu_{i,j+1,k} + \mu_{i,j-1,k} - 4\mu_{ijk}}{h^2}, \qquad (16)$$

$$\frac{\partial\mu}{\partial z} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\mu_{i,j,k+1} - \mu_{i,j,k}}{z_{k+1} - z_k} + \frac{\mu_{i,j,k} - \mu_{i,j,k-1}}{z_k - z_{k-1}}\right),$$

$$\frac{\partial^2\mu}{\partial z^2} = \frac{1}{z_{k+1} - z_{k-1}}\cdot\left(\frac{\mu_{i,j,k+1} - \mu_{i,j,k}}{z_{k+1} - z_k} - \frac{\mu_{i,j,k} - \mu_{i,j,k-1}}{z_k - z_{k-1}}\right).$$

Используя (16), уравнение (15) можно записать в виде:

$$\varphi_{i-1,j,k} + \varphi_{i+1,j,k} + \varphi_{i,j-1,k} + \varphi_{i,j+1,k} + a_k\varphi_{i,j,k+1} + b_k\varphi_{i,j,k} + c_k\varphi_{i,j,k-1} = F_{i,j,k}, \qquad (17)$$

где

$$a_k = \frac{2(hl)^2 k}{(z_{k+1} - z_k)(z_{k+1} - z_{k-1})},$$

$$c_k = \frac{2(hl)^2 k}{(z_k - z_{k-1})(z_{k+1} - z_{k-1})},$$

$$b_k = -4(hl)^2 q - a_k - c_k,$$

$$F_{i,j,k} = \frac{lh}{2}(V^0_{i+1,j,k} - V^0_{i-1,j,k} - U^0_{i,j+1,k} - U^0_{i,j-1,k}) - (H^0_{i-1,j,k} + H^0_{i+1,j,k} +$$

$$+ H^0_{i,j-1,k} - 4H^0_{i,j,k}) + k\frac{(hl)^2}{2}\left(\frac{T^0_{i,j,k+1} - T^0_{i,j,k}}{z_{k+1} - z_k} + \frac{T^0_{i,j,k} - T^0_{i,j,k-1}}{z_k - z_{k-1}}\right) -$$

$$- 2k\frac{(hl)^2}{z_{k+1} - z_{k-1}}\left(\frac{H^0_{i,j,k+1} - H^0_{i,j,k}}{z_{k+1} - z_k} - \frac{H^0_{i,j,k} - H^0_{i,j,k-1}}{z_k - z_{k-1}}\right)$$

Для решения (17) применим экстраполяционный метод Либмана, согласно которому (17) сводится к решению итерационной процедуры:

$$\begin{aligned} \varphi^{\nu+1}_{i,j,k} &= \varphi^{\nu}_{i,j,k} + \alpha_k(\varphi^{\nu+1}_{i-1,j,k} + \varphi^{\nu}_{i+1,j,k} + \varphi^{\nu+1}_{i,j-1,k} + \\ &+ \varphi^{\nu}_{i,j+1,k} + a_k\varphi^{\nu}_{i,j,k+1} + b_k\varphi^{\nu}_{i,j,k} + c_k\varphi^{\nu+1}_{i,j,k-1} - F_{i,j,k}), \end{aligned} \tag{18}$$

где ν - порядок итерации, α_k - коэффициент релаксации.

Для обеспечения сходимости итерационного процесса необходимо выполнение условия

$$\alpha_k \le -\frac{2}{b_k}. \tag{19}$$

Итерации заканчиваются при выполнении условия:

$$\left|N^{\nu+1} - N^{\nu}\right| < N^{\nu+1} \cdot 10^{-4}, \tag{20}$$

где $N^{\nu} = \sum\left|\varphi^{\nu}_{i,j,k}\right|$.

Значения $\varphi_{i,j,k}$ позволяют определить искомые функции

$$\begin{aligned} H_{i,j,k} &= \varphi_{i,j,k} + H^0_{i,j,k}, \\ U_{i,j,k} &= -\frac{1}{hl}(H_{i,j+1,k} - H_{i,j-1,k}), \\ V_{i,j,k} &= \frac{1}{2}(H_{i+1,j,k} - H_{i-1,j,k}), \\ T_{i,j,k} &= \frac{1}{2}\left(\frac{H_{i,j,k+1} - H_{i,j,k}}{z_{k+1} - z_k} + \frac{H_{i,j,k} - H_{i,j,k-1}}{z_k - z_{k-1}}\right). \end{aligned} \tag{21}$$

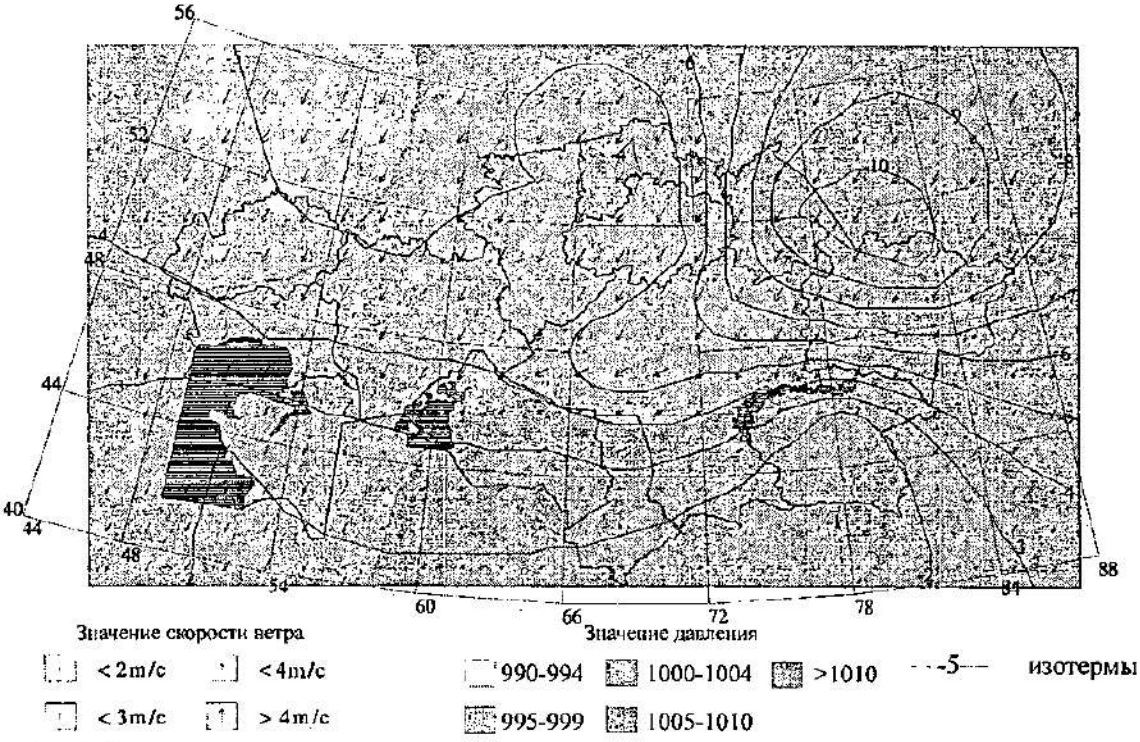

Рис. 1. Распределение давления, температуры воздуха и скорости ветра по территории Казахстана (01.01.1989год). 1000 гПа

Согласно соотношениям были рассчитаны распределения метеорологических величин по территории Республики Казахстан на сетке 151×83 с шагом 23 км. На рис.1 представлены результаты объективного анализа данных, где расчет распределения метеоэлементов выполнен с использованием программного продукта ArcInfo.

Пунктами наблюдений были выбраны наиболее крупные метеостанции, входящие в список сети ВМО. Результаты численного анализа показали, что невязка значений не превышает 10%.

Региональная модель численного анализа метеорологических полей может быть использована в оперативной практике после некоторой ее привязки к сети наблюдений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенков Е.П. Физико-статистические методы анализа и предвычисления полей // Тр.ААНИИ-1969.-т.263.- с. 236-243.
2. Гандин Л.С. Об объективном анализе метеорологических полей // Материалы совещания по численным методам прогноза. - Л., Гидрометиздат, 1961.- с. 20-35.
3. Костюков В.В. Объективный анализ и согласование метеорологических полей // М., Гидрометиздат, 1982. - 180с.
4. Бабалиев А.М. Об одном методе интерполирования функций многих независимых переменных// Новосибирск, ВЦ АН СССР, 1973.-с.118-121.
5. Есауленко Л.А., Лутфулин И.З. Основные принципы разработки региональной модели объективного анализа // Алматы, Гидрометеорология, 1997. - с.23-38.

Институт космических исследований

ҚАЗАҚСТАН АУМАҒЫ ҮШІН МЕТЕОРОЛОГИЯЛЫҚ ӨРІСТЕРДІ САНДЫҚ ТАЛДАУДЫҢ АЙМАҚТЫҚ ҮЛГІСІ

Геогр.ғылымдарының канд. А.Х. Ахмеджанов
Л.А. Балақай

Қазақстан аумағы үшін метеорологиялық өрістерді сандық талдаудың аймақтық үлгісі жасалған. Есептеудің бірінші кезеңі метеостанциялардың мәліметтерін жүйелі кесте торантарына интерполяциялауда, ал екінші кезеңі алынған метеоэлементтердің мағыналарын геострофиялық қатынастар негізінде қиюластыруда тұр.