

УДК 532:519

**ВЫБОР МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ,
ПРОТЕКАЮЩИХ В ПОДЗЕМНЫХ ВОДОИСТОЧНИКАХ**

Док. техн. наук А.К.Адрышев
Канд. техн. наук И.С.Тилегенов

Рассматриваются и сравниваются между собой существующие методы определения феноменологических параметров моделей переноса примесей в природной среде. Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований по определению коэффициента молекулярной диффузии.

Успехи в изучении явлений, протекающих в подземных водоисточниках, во многом определяются выбором адекватных моделей и их математического описания. В большинстве случаев модели строятся таким образом, чтобы учесть наиболее существенные факторы, определяющие суть процессов. С позиций системного анализа, создавая ту или иную модель, выбираются не все элементарные взаимодействия и процессы, а только наиболее значимые. Однако любая модель, даже, как иногда кажется, самая полная - это лишь приближенное описание исследуемого процесса. Поэтому любая модель по своей сути феноменологическая и, следовательно, содержит ряд параметров, не определяемых в рамках выделенной системы [1,2].

В данной работе рассматривается модель переноса примеси в пористой среде. Сведение пространственной модели к двумерной, а затем и локально-одномерной вдоль линий тока является часто применяемым приемом в решении данного класса задач. Задача фильтрации рассматривается в квазистационарной постановке, перенос вещества - в нестационарной. Возможность такого упрощения можно обосновать разностью во времени процессов диффузии и фильтрации.

Существует ряд методов определения феноменологических параметров модели. Один из основных - это получение и использование различных эмпирических и полуэмпирических зависимостей. Для определения коэффициента влагопереноса в рассматриваемой задаче или

коэффициента фильтрации при полном влагонасыщении используются наливывы в шурфы, однако, применение этого метода имеет ограниченный диапазон применимости. На результатах налива сказываются: боковое растекание воды, неполное водонасыщение перового пространства, изменение расчетного градиента из-за недоучета слоистости, диффузионные эффекты и ряд других факторов [3].

Второй метод - это рассмотрение процесса на более глубоком физическом и химическом уровне. Так, например, коэффициент молекулярной диффузии можно определить из закона Фика, однако процессы, протекающие в структуре водоносного слоя, гораздо сложнее, и для количественного описания необходимо вводить ряд дополнительных членов учитывающих процессы, которые не оговариваются в рамках модели выделенной системы [4].

Третий метод предполагает использование дополнительной информации в рамках выделенной системы, т.е. корректировку модели системы. Обычно такая информация получается за счет сканирования поведения элементов системы и элементарных процессов в них протекающих во времени и пространстве, соответственно учитывая элементы взаимодействия и элементарные взаимодействия. Оставаясь в рамках необходимого соответствия структура-процесс, определение феноменологических коэффициентов сводится к решению задач идентификации выбранной математической модели, а с некоторых случаях к решению обратной задачи.

В качестве исходной модели рассмотрим процесс распространения примесей при течении жидкости в пористой среде. В основе ее лежит теория конвективной диффузии. Дифференциальное уравнение одномерного переноса примесей в однородной среде с постоянной скоростью фильтрации имеет вид:

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} + \frac{v}{n} \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = \frac{D}{n} \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \quad (1)$$

где: $C(x,t)$ - концентрация примеси в жидкости; v - скорость фильтрации; D - суммарный коэффициент дисперсии; n - активная пористость.

Необходимо отметить, что анализ работ, проведенных по этой проблеме, показывает, что в большинстве из них отмечается аналогия между гидродинамической дисперсией в пористых средах и турбулентной диффузией. В том и другом случае перемешивание жидкости, а следовательно и изменение концентрации примеси, вызвано отклонениями локальных значений скорости от среднего значения. При турбу-

лентной диффузии отклонения порождаются самой жидкостью и распределением частиц-агломератов жидкости по определенному закону, а в пористой среде это связано с тем, что поровые каналы имеют свою структуру и соответственно свои законы композиции, а в них особую роль накладывает соотношение между тупиковыми и проточными капиллярами и массообменом между ними.

Задача идентификации параметров модели в рассматриваемом случае сводится к следующему: необходимо заменить исходное уравнение (I) системой конечно-разностных обыкновенных уравнений; для идентификации параметра D модели использовать методы квазилинеаризации и прогонки по параметру.

Возможность применения одного из методов идентификации покажем на примере решения модельной задачи распространения примесей. Пусть в области $x \in [0, l]$, $t \in [0, T]$ рассматривается уравнение (I), которое преобразуем к виду:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} - \lambda \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = f(x, t), \quad (2)$$

где: $U=v/n$, $\lambda=D/n$.

В уравнении (2) коэффициент $\lambda=\text{const}$ подлежит определению. В точках x_1, x_2, \dots, x_n производится замер концентрации вещества. Данные измерений в этих точках есть $r_j(t)$, $1 \leq j \leq n$.

Параметр λ будем искать из условия минимума функционала:

$$J(\lambda) = \sum_{j=0}^n \int_0^T [C(x_j, \xi) - Z_j(\xi)]^2 \partial \xi. \quad (3)$$

Считаем, что для уравнения (2) заданы естественным образом начальные и граничные условия. Условие стационарности функционала имеет вид:

$$\frac{\partial J(\lambda)}{\partial \lambda} = 2 \sum_{j=0}^n \int_0^T [C(x_j, \xi) - Z_j(\xi)]^2 w(x_j, \xi) \partial \xi \quad (4)$$

В (4) под $w(x_j, \xi)$ понимается производная $\partial C / \partial \lambda$. Для дальнейшей работы разложим функцию $C(x, t)$ в ряд окрестности λ^S с точностью до членов второго порядка:

$$C^{S+1}(x, t) = C^S(x, t) + (\lambda^{S+1} - \lambda^S)w^S(x, t). \quad (5)$$

Полученное разложение подставим в (4):

$$2 \sum_{j=0}^n \int_0^T [C^S(x_j, \xi) + (\lambda^{S+1} - \lambda^S)w^S(x, \xi) - Z_j(\xi)]w^S(x_j, \xi) \partial \xi. \quad (6)$$

Из (6) находится λ^{S+1} , при условии, что функции $U^S(x, t)$ и $w^S(x, t)$ известны:

$$\lambda^{S+1} = \frac{\sum_{j=0}^n \int_0^T [\lambda^S w^S(x_j, \xi) - C^S(x_j, \xi) + Z_j(\xi)]w^S(x_j, \xi) \partial \xi}{\sum_{j=0}^n \int_0^T w^{S2}(x_j, \xi) \partial \xi}. \quad (7)$$

В процессе линеаризации уравнения (2) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C^{S+1}}{\partial t} + \frac{\partial C^{S+1}}{\partial x} &= \lambda^S \frac{\partial^2 C^S}{\partial x^2} + f(x, t); \\ \frac{\partial w^{S+1}}{\partial t} + \frac{\partial w^{S+1}}{\partial x} &= \lambda^S \frac{\partial^2 w^S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C^2}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Численная реализация проводилась, на сетке 10×50 , для 20 точек по l , где измерялась концентрация. Несмотря на утверждение авторов о достаточно хорошей сходимости этого метода для рассматриваемого случая процесс восстановления параметра шел достаточно долго. Введение корректировки функционала (3) помогает улучшить процесс. Введение консервативного члена в уравнение (2) также улучшает процесс сходимости. По представленным исходным данным получены следующие результаты: для $n=0.3$, $U=0.0007$ м/сек, $D=0.00009$ м²/сек.

Для оценки точности полученных результатов рассмотрим второй путь получения значения параметра D . Для этого берется ранее найденное решение задачи для модели налива:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} - \lambda \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \quad (10)$$

при следующих условиях:

$$C(x, t)|_{x=0} = C_0;$$

$$C(x, t)|_{t=0} = 0.$$

По известным значениям концентрации в точках (x, t) восстанавливалось необходимое для этого значение коэффициента D . При тех же условиях, взятых ранее $D=0.000102$ м²/сек. Оценка в более широком спектре показывает, что разность определения коэффициента D этими двумя методами составляет 15-30 %. В основе такого большого расхождения лежит тот факт, что в первом способе участвуют все полученные опытные данные, во втором - единичные.

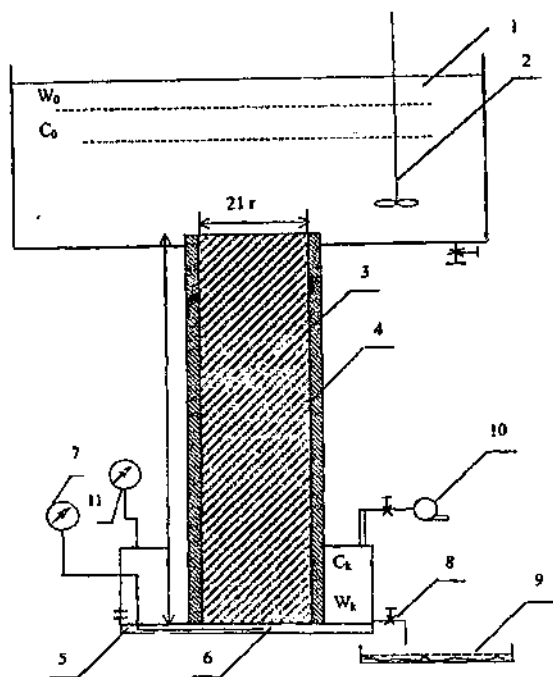
Точность проведения натуральных испытаний, в основном определяют достоверность коэффициента D , и наиболее чувствителен к этому второй метод.

При исследовании массопереноса в слабопроницаемых породах большое значение имеют феноменологические параметры, входящие в исходное уравнение диффузии. Определение этих параметров в реальных условиях представляется весьма затруднительной задачей. Использование в решении задач результатов опытно - миграционных работ не всегда дает ожидаемые результаты. Попытки идентификации параметров по результатам опытно полевых испытаний требует дополнительных данных, которые можно получить только из лабораторных испытаний. Принятые лабораторные схемы определения этих параметров не всегда корректны. В работе [3] рассмотрена установка, которая позволяет с достаточной степенью точности определить значение коэффициента молекулярной диффузии. Установка состоит из диффузионной ячейки на одной поверхности, которой поддерживается заданная концентрация, а на нижней границе фиксируется результирующая концентрация. Методы регистрации достаточно трудны в реализации. При использовании химических методов контроля индикаторов встает вопрос о методах и способе отбора проб.

Суммарные пробы "смазывают" результаты по времени и не дают всей необходимой информации о процессе, поэтому в основном в экспериментах используются потенциометрические методы непрерывного контроля. В данной работе рассматривается несколько иной метод оп-

ределения коэффициента молекулярной диффузии. Схема предлагаемой установки приведена на рисунке 1. В емкости 1 поддерживается постоянная концентрация во время всего опыта. Образец материала покрывается изолирующим материалом так, чтобы обеспечить равномерное прохождение индикаторного раствора через него; иными словами сделать процесс одномерным, для чего необходимо выполнение условия $2-r < L$. Раствор, проходя через образец, попадает в емкость 5, где находится потенциометрический датчик, реагирующий на индикаторный раствор. Эти измерения контролируются и записываются соответствующим устройством 7. Объем раствора в емкости 5 поддерживается с помощью креста 8 так, чтобы "накопления" в нем индикаторного раствора было минимальным.

Схема установки



1- емкость индикаторного раствора, 2- мешалка, 3- образец, 4- изолирующее покрытие, 5- присная емкость, 6- потенциометрический датчик, 7- контролирующий прибор, 8- кран слива, 9- утилизирующая емкость, 10- насос, 11- манометр

Рисунок I

Естественно, что установка предназначена для изучения параметров ненарушенных слабопроницаемых грунтов, поэтому предполагается наличие возможности получения соответствующих образцов.

Работа установки осуществляется следующим образом: емкость 1 заполняется водой, имеющей состав, близкий к пластовой воде, включается насос 10, который создает перепад давления между верхней и нижней границами образца. Создавая разрежение в приемной емкости 5, к образцу инициируется процесс фильтрации.

Проведенные опыты показывают, что в общем случае для трещиновато-пористых сред можно полагать справедливыми формулы, приведенные в [3] для квазистационарного режима. Все сказанное выше нельзя применять к грунтам в полном объеме, так как грунт не может быть отнесен к исследуемым образцам [5]. После того, как в приемную емкость поступит некоторое количество воды, что гарантирует начало процесса фильтрации, в емкость 1 вводится индикатор.

В качестве индикатора необходимо выбирать такое вещество, которое, проходя через исследуемый образец, не активизировало процессов сорбции - десорбции в этом образце. Определение коэффициента гидродисперсии D_m осуществляется из закона Фика по следующей формуле:

$$D_m = \frac{S_0}{QL} = \sum_{i=1}^m ((C_0 - C_{ki}) / \Delta x) , \quad (11)$$

где: S_0 - площадь образца, L - длина образца, Q - количество вещества, проходящего через исследуемый образец, m - число регистрируемых точек.

Формула (2) может применяться для квазистационарного процесса. Сигналом наступления квазистационарного процесса является постоянство объема поступления воды с реактивом в приемную емкость за определенный период времени

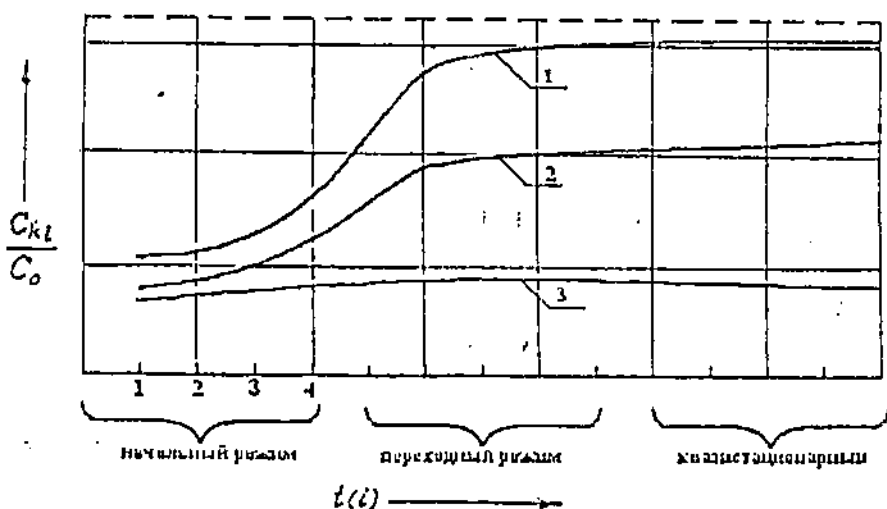
Необходимо отметить, что предлагаемый метод прямого определения не совсем корректен, что следует из решения одномерной задачи диффузии при соответствующих начальных и граничных условиях. Однако анализ существующих методов, как например, метода статистических моментов, показывает, что в его основе лежит принцип усреднения результатов по времени, что в общем-то приводит к примерно одинаковым результатам.

Попытки идентификации феноменологических коэффициентов, используя как аналитическое, так и численное решение задачи, по полученным опытным данным дает несколько отличное значение этих коэффициентов. Последнее объясняется тем, что в первом случае ко-

эффицент гидродисперсии трактуется несколько шире и скорость фильтрации не равна нулю.

Так как коэффициент фильтрации для слабопроницаемых грунтов лежит в диапазоне $(1,25-1,55) \cdot 10^{-4}$ м/сут, то величина α_m - объемного коэффициента массообмена - зависит от множества факторов, а именно: пористости исследуемого образца, геометрии образца, подготовки верхней и нижней его поверхностей, интенсивности процесса фильтрации, чувствительности датчика и т. д. Кроме того, коэффициент объемного массообмена зависит от времени, и максимальное его значение получается в начальном периоде процесса, а затем идет спад и стабилизация этого параметра далее в течение всего опыта (рисунок 2).

Изменение относительной концентрации индикаторного раствора в приемной емкости в зависимости от проницаемости образцов (классификация режимов фильтрации)



Ось абсцисс – время (сутки); ось ординат – относительная концентрация (доли единиц). Обозначения кривых: 1, 2, 3 – номера образцов

Рисунок 2

Сама структура грунта и процессы, происходящие в нем гораздо сложнее, описываемых выше. Вопрос о возможности пользоваться предлагаемой установкой для изучения характеристики грунта пока нуждается в дополнительной проверке и остается открытым. Ниже (в таблице) приведены результаты опытов, полученные для образцов взятых на территории региона.

Таблица

Номер образца	$Y(m/cyr)$	$L(M)$	D_m
1	0,31	0,025	0,00036
2	0,24	0,025	0,00041
3	0,26	0,025	0,00038

Необходимо отметить, трудоемкость опытов и несовершенство контрольно-измерительной аппаратуры. Следующий шаг - это автоматизация установки и как следствие повышение качества снимаемой информации. Большой объем опытных данных позволит получить достаточно представительные выборки и дать возможность применять методы статистических исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. М., Высшая школа, 1989. 367 с.
2. Ладысев В.С. Системный анализ в экономике. Усть-Каменогорск, ВКТУ. 1997. 137с.
3. Мироненко В.А., Румынии В.Г., Учаев В.И. Охрана подземных вод в горнодобывающих районах (опыт гидрогеологических исследований) Л., Недра, 1980.320с.
4. Идентификация моделей гидравлики. Новосибирск, Наука, 1980.160с.
5. Шукле Л. Реологические проблемы механики грунтов. М., Стройиздат, 1973,485с.

Восточно – Казахстанский университет им.Д.Серикбаева

Таразский государственный университет им.М.Х.Дулати

ЖЕРАСТЫ СУ БАСТАУЛАРЫНДАҒЫ БОЛАТЫН ПРОЦЕССТЕР МОДЕЛІН ТАҢДАУ

Техн. ғыл.докт. А.К.Адрышев
Техн.ғыл.канд. И.С.Тілегенов

Кеуек ортадан қоспалардың өткізілу модельдері және феноменді параметр модельдерін анықтауға бірқатар тәсілдері қарастырылған. Қоспалардың таратылуын модельді есебін шешу үшін белгілі бір сәйкестендіру тәсілінің қолдану мүмкіншіліктері ұсынылған.