НАУЧНЫЕ СТАТЬИ **Гидрометеорология и экология**
№ 4 1999

УДК 518.03

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О ПРОЦЕССАХ МАССОПЕРЕНОСА В ПОДЗЕМНЫХ ВОДАХ

Докт.техн.наук А.К.Адрышев
Канд.техн.наук И.С.Тилегенов

Рассматриваются конвективно-диффузионные модели процессов массопереноса и миграции для капиллярно-пористых систем. Дано описание процесса переноса вещества в однородной среде с постоянной скоростью фильтрации при поступлении загрязнения с поверхности почвы через фильтрующий слой в водоносный горизонт в виде дифференциальных уравнений и предложены их решения.

Для прогноза качественного состава подземных вод, особенно вблизи источников загрязнения, необходимо детальное зрение особенностей их массопереноса и миграции. В данной работе рассматриваются конвективно-диффузионные модели процессов массопереноса и миграции для капиллярно-пористых систем. В общем случае поведение примесей находящихся в воде и мигрирующих по капиллярно-пористой системе определяются скоростью фильтрации, активной пористостью, молекулярной диффузией, гидродисперсностью, показателями обмена вещества - сорбции, десорбции [1,2].

Описание процесса переноса вещества в однородной среде, с постоянной скоростью фильтрации при поступлении загрязнения с поверхности почвы через фильтрующий слой в водоносный горизонт (рис.1), можно представить в виде следующей системы дифференциальных уравнений.

$$n_1 \frac{\partial C_1(x,y,t)}{\partial t} + u \frac{\partial C_1(x,y,t)}{\partial x} = D_{1x} \frac{\partial^2 C_1(x,y,t)}{\partial x^2} + D_{1y} \frac{\partial^2 C_1(x,y,t)}{\partial y^2} \quad (1)$$

$$n_2 \frac{\partial C_2(x,y,t)}{\partial t} + v \frac{\partial C_2(x,y,t)}{\partial x} = D_{2x} \frac{\partial^2 C_2(x,y,t)}{\partial x^2} + D_{2y} \frac{\partial^2 C_2(x,y,t)}{\partial y^2} \quad (2)$$

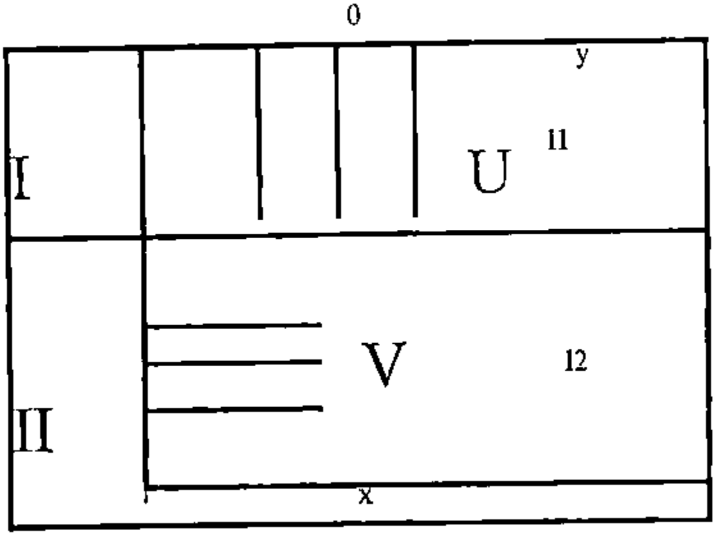

Рис. 1

Уравнение (1) справедливо в области $0 \le x \le l_1$, уравнение (2) в области $l_1 \le x \le l_2$. Предполагается, что фильтрующий слой имеет свои характеристики n_2, n_1 - активную пористость, u, v - скорость фильтрации, D_{1x} - коэффициент общей дисперсии в направлении Ox, D_{1y} - коэффициент общей дисперсии в направлении Oy. Для гомогенных сред $D_{1y}=D_{1x}=D_1$.

Предполагаем, что на границе раздела сред, выполняются следующие условия:

$$C_1(x,y,t)=C_2(x,y,t) \quad (3)$$

$$D_1 \frac{\partial C_1(x,y,t)}{\partial x} = D_2 \frac{\partial C_2(x,y,t)}{\partial x} \qquad x=l_1 \quad (4)$$

Понимая под $C_1(x,y,t)$ и $C_2(x,y,t)$ - концентрацию мигрирующих компонентов соответственно в первой и второй среде, предполагается, что процесс квазистационарный и примеси поступают в фильтрующий слой только со световой поверхности, т.е.:

$$C_1(x,y,t)\Big|_{x=0,t=const} = f(y) \tag{5}$$

На водоупорном слое, предполагается задание условия:

$$C_2(x,y,t)\Big|_{x=l_2+l_1} = 0 \tag{6}$$

При этих предположениях, исходная система (1,2) преобразуется к виду, при условиях $u(x)$ и $v(y)$=const:

$$u\frac{\partial C_1}{\partial x} = D_1\frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2} + D_1\frac{\partial^2 C_1}{\partial y^2} \tag{7}$$

$$v\frac{\partial C_2}{\partial y} = D_2\frac{\partial^2 C_2}{\partial x^2} + D_2\frac{\partial^2 C_2}{\partial y^2} \tag{8}$$

Соответственно трансформируются и условия сопряжения по границе раздела сред:

$$C_1 = C_2$$

$$D_1\frac{\partial C_1}{\partial x} = D_2\frac{\partial C_2}{\partial x}\Big|_{x=l_1} \tag{9}$$

и граничных условиях на световой поверхности и водоупорс:

$$C_1(x,y,t)=f(x,y,t)\big|_{x=0};\ \ C_2(x,y,t)=0\big|_{x=l2} \tag{10}$$

Для решения уравнений (7,8) с условиями (9,10) используется интеграл Фурье. После его применения исходная система преобразуется к виду:

$$D_1\frac{\partial^2 \overline{C}_1}{\partial x^2} - u\frac{\partial \overline{C}_1}{\partial x} - \alpha^2 D_1\overline{C}_1 = 0 \tag{11}$$

$$D_2\frac{\partial^2 \overline{C}_2}{\partial x^2} + i\alpha v\overline{C}_2 - \alpha^2 D_2\overline{C}_2 = 0 \tag{12}$$

Условия на границе раздела приобретают вид:

$$\overline{C}_1 = \overline{C}_2$$

$$D_1 \frac{\partial \overline{C}_1}{\partial x} = D_2 \frac{\partial \overline{C}_2}{\partial x}\bigg|_{x=l_1} \tag{13}$$

и граничные условия соответственно:

$$\overline{C}_1(x,\alpha)= \overline{f}(x,\alpha)|_{x=0}; \quad \overline{C}_2(x,\alpha)=0|_{x=l2} \tag{14}$$

Решения уравнений (11,12) имеют вид:

$$C_1(x,\alpha)=a_1(\alpha)e^{-kx}+a_2(\alpha)e^{kx}$$
$$\overline{C}_2(x,\alpha)=b_1(\alpha)e^{-\delta x}+b_2(\alpha)e^{\delta x}$$

Неизвестные a_1, a_2, b_1, b_2 определяются из условий сопряжения и граничных условий.

$$a_1(\alpha)+a_2(\alpha)= \overline{f}(\alpha)$$
$$a_1(\alpha)e^{-kl1}+a_2(\alpha)e^{kl1}=b_1(\alpha)e^{-\delta l1}+b_2(\alpha)e^{\delta l1}$$
$$kD_1(a_1(\alpha)e^{-kl1}+a_2(\alpha)e^{kl1})=\delta D_2(-b_1(\alpha)e^{-\delta l1}+b_2(\alpha)e^{\delta l1})$$
$$b_1(\alpha)e^{-\delta l2}=-b_2(\alpha)e^{\delta l2}$$

В результате решения системы алгебраических уравнений имеет:

$$b_1=-e^{2\delta l2}b_2$$

$$b_2 = \frac{2shkl_1(e^{-kl_1} + kD_1(e^{\delta(2l_2-l_1)} - e^{\delta l_1}))\overline{f}}{kD_1(e^{\delta(2l_2-l_1)} - e^{\delta l_1}) + \delta D_2 shkl_1(e^{\delta(2l_2-l_1)} - e^{\delta l_1})}$$

$$a_2 = \frac{b_2(e^{\delta l_1} - e^{2\delta l_2}) - \overline{f}e^{-kl_2}}{2shkl_1}$$

$$a_1= \overline{f}-a_2$$

Таким образом найдены решения уравнений (11,12). Представляя полученные решения в виде интеграла Фурье, окончательно имеем:

$$C_1(x,y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{C}_1(x,y)e^{-i\alpha y}d\alpha$$

$$C_2(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{C}_2(x,y)e^{-i\alpha y}d\alpha$$

Выделяя из этих интегралов реальную и мнимую часть, находим окончательные решения в виде интегралов Фурье для функции тока и потенциальной функции относительно распространения искомых загрязнений.

Численное интегрирование проведено с помощью формул Гаусса, для варианта, когда $\bar{f}(x,y)$ задана в виде набора данных результатов анализа почвы для конкретного района г.Усть-Каменогорска. Результаты представлены на рис.2.

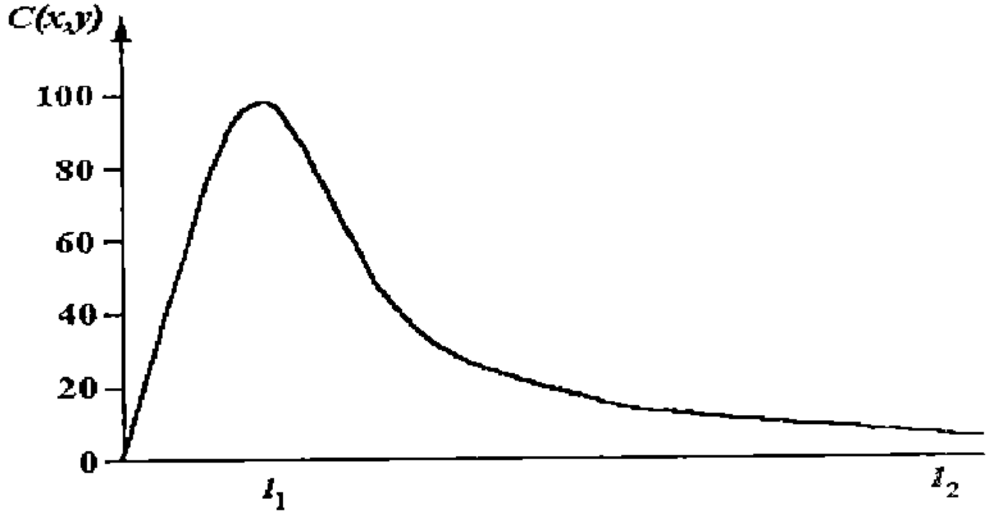

Рис. 2

Предварительный анализ показывает, что предложенная модель достаточно хорошо работает и задача идентификации тоже хорошо алгоритмизируется.

Для исследования нестационарного процесса исходная система (1,2) решается с помощью преобразования Лапласа и интеграла Фурье. Схема выражении подынтегральной функцией необходимо найти вычеты в полюсах, последнее зависит от задания начального условия. Вид подынтегральной функции усложняется, но принципиальная возможность получения аналитического решения нестационарной задачи остается.

Полученное решение общей задачи для слоистых гомогенных сред дает направление решения этой задачи и для гетерогенных систем, которые моделируют трещиноватопористые породы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Мироненко В.А., Румынин В.Г., Усачев В.И. и др. Охрана подземных вод в горнодобывающих районах (опыт гидрогеологических исследований). Л., Недра, 1980. 320 с.
2. Идентификация моделей гидравлики. Новосибирск, Наука, 1980. 160 с.

Восточно – Казахстанский университет им. Д. Серикбаева
Таразский государственный университет им. М.Х. Дулати

ЖЕРАСТЫ СУЛАРЫНДАҒЫ МАССА ЖЫЛЖЫТУ ПРОЦЕССТЕРІНЕ СӘЙКЕС ШЕШІМДЕРІН ТАБУ

Техн.ғыл.док. А.Қ. Адрышев
Техн.ғыл. канд. И.С. Тілегенов

Тамшылы қуыс тәріздес жүйелерінің массаны жылжыту және көшіру процестерінің конвективті диффузиялық модельдері қарастырылған. Ластанған заттардың жер беті топырағынан бірқалыпты сүзгіш орта арқылы жерасты сулы қабатына тұрақты жылдамдықпен енгізілу процесстері дифференциялды теңдеулер түрінде сипатталады және оның шешімдері усынылған.