

УДК 556.16.5.048(574)

Канд. техн. наук Р.Г. Абдрахимов \*  
Б.Э. Бекмухамедов \*\*  
И.В. Каипов \*\*  
А.С. Кошкарбаева \*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НАВОДНЕНИЙ ДОЖДЕВОГО ГЕНЕЗИСА  
ДОЖДЕВЫЕ ПАВОДКИ, МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕ-  
ЛИРОВАНИЯ, НАВОДНЕНИЕ, КОСМИЧЕСКИЕ СНИМКИ, FLO-  
2D, АЯТ, ТОГУЗАК**

*Рассматриваются дождевые паводки, прошедшие летом 2013 года на правобережных притоках р. Тобыл (Аят, Тогузак) и приведшие к подтоплению ряда населенных пунктов. Используются космические снимки и математическое моделирование, что позволяет детально и последовательно охарактеризовать процесс наводнения на участке реки. Математическое моделирование позволяет к тому же получать достаточно достоверные данные о площадях затопления территорий при наводнениях.*

Формирование дождевого паводка на реке, как известно, обусловлено множеством факторов, характеристики которых изменяются как во времени, так и в пространстве. Параметры паводка зависят от количества осадков, времени их выпадения, интенсивности дождя, площади орошения и условий подстилающей поверхности – уклонов местности, пониженных участков, аккумулялирующих сток, характеристик почвы, растительности и т.д.

В Казахстане, в пределах горных областей, дождевые паводки являются нередким явлением и могут вызывать наводнения и опасность возникновения аварийных ситуаций на гидротехнических и хозяйственных сооружениях. Например, паводки, образовавшиеся на реках в верховьях бассейна р. Тобыл (Тобол) в августе 2013 года, привели к подтоплению ряда населенных пунктов, дорог, сельскохозяйственных угодий. Больше всего от наводнения пострадали территории и населенные пункты в бас-

---

\* КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы

\*\* ИКИ, г. Алматы

сейнах рек Аят и Тогузак. Максимальные расходы воды на реках сформировались в результате обильных осадков, выпавших на территории России и Казахстана в течение 10 суток с 1-го по 10-ое августа. Так, по данным метеостанции Комсомолец, Рудный и свх. Аршалинский, за данный период зафиксировано соответственно 189 мм, 104 мм и 108 мм осадков. При этом месячная норма осадков за август в районах указанных метеостанций составляет соответственно 37 мм, 35 мм, 39 мм. Таким образом, количество осадков за 10 суток превысило их месячную норму в 3...5 раз. Дожди вызвали подъемы уровня воды рек восточного склона Уральских гор и прорыв дамбы на р. Караталы-Аят в Челябинской области России, одном из притоков р. Аят. Уровень воды р. Аят – с. Варваринка с 10 по 12 августа увеличился на 6,6 м, а расход воды – с 1,15 м<sup>3</sup>/с до 980 м<sup>3</sup>/с. На р. Тогузак – ст. Тогузак за сутки с 10 по 11 августа уровень воды поднялся почти на 6,8 м, а расход возрос с 0,95 м<sup>3</sup>/с до 510 м<sup>3</sup>/с [5].

Расчет, а тем более прогноз параметров паводка, как уже отмечалось, из-за большого числа физико-географических факторов, определяющих их, является сложной задачей. Однако подробный анализ и моделирование наблюдавшихся наводнений позволит создавать и обобщать рекомендации по предотвращению их последствий и сокращению эколого-экономического ущерба. В связи с этим, исследования наводнений должны включать пространственно-временное моделирование данных процессов с использованием современных методик оценки их масштабов, динамических характеристик и последствий.

Использование математического моделирования позволяет детально и последовательно охарактеризовать процесс наводнения на участке реки, что необходимо для его количественной оценке и принятия управленческих решений в будущем. Этот метод в настоящее время активно развивается и имеет большие перспективы [2].

В расчетной практике наиболее используются три типа математических моделей: непрерывные модели, клеточные автоматы и дискретные модели. Непрерывные модели описывают движение потока вещества как сплошной среды. Клеточные автоматы описывают движение потока вещества как закономерную смену состояний пространственных ячеек. Дискретные модели описывают движение потока вещества в виде движения совокупности отдельных структурных частиц. Также выделяют подтипы моделей по принципу специфики физико-математического описания движения вещества.

Наиболее распространенными и разработанными являются непрерывные модели, описывающие движение потока вещества как сплошную среду, преимущественно применяемые для моделирования наводнений, паводков, прорывов плотин, селей. В их основе лежит уравнение непрерывности, а также уравнение движения вязкой жидкости Навье-Стокса в явном виде, или в интегрированной по глубине гидравлической форме (в виде уравнений движения Сен-Венана) [6]. Одновременно для каждого выбранного бесконечно малого элемента пространства определяются такие его динамические характеристики, как вектор скорости и давление, на каждом последующем временном шаге с учетом параметров соседних с ним элементов на предыдущем шаге.

Система уравнений движения Навье-Стокса получается при рассмотрении суммы сил, действующих на элементарный бесконечно малый объем жидкости  $dx \cdot dy \cdot dz$  в форме параллелепипеда, где  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$  – стороны параллелепипеда в направлении соответственно осей координат  $x$ ,  $y$  и  $z$  (или соответственно  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ ) (рис. 1).

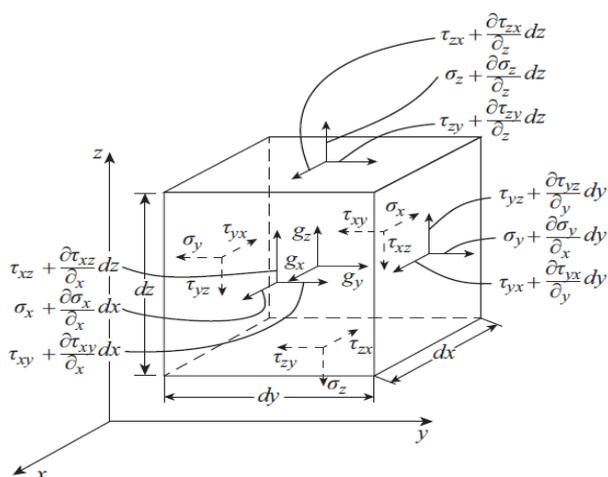


Рис. 1. Силы, действующие на единичный объем жидкости.

Как известно, на единицу площади стенки данного объема в направлении оси  $i$  действуют нормальные  $\sigma_i$  (действующие на площадку, перпендикулярную оси  $i$ ) и касательные  $\tau_{ij}$  напряжения (действующие на площадку, перпендикулярную оси  $j$ ,  $j \neq i$ ) и  $\tau_{ik}$  (действующие на площадку, перпендикулярную оси  $k$ ,  $k \neq i$ ,  $k \neq j$ ). На единицу массы

данного объема также действует гравитационная сила  $g_i$  в проекции на ось  $i$ . После сложения сил и применения второго закона Ньютона, а также сокращения обеих частей уравнения на  $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$  получим формулу для проекции скорости  $v_i$  и напряжений  $\sigma_i$ ,  $\tau_{ij}$ ,  $\tau_{ik}$  на ось  $i$ :

$$\frac{dv_i}{dt} = g_i + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \sigma_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} \right), \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $\rho$  – плотность жидкости;  $x_i$ ,  $x_j$ ,  $x_k$  – координаты положения объема соответственно по осям  $i$ ,  $j$ ,  $k$ .

Если учесть, что по формуле Ньютона

$$\sigma_i = p + 2\eta \frac{\partial v_j}{\partial x_i}, \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = \eta \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right), \quad (3)$$

то уравнение (1) примет вид:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k^2} \right), \quad (4)$$

где  $\eta$  – вязкость жидкости;  $p$  – давление жидкости;  $v_i$ ,  $v_j$ ,  $v_k$  – проекции скорости соответственно на оси  $i$ ,  $j$ ,  $k$ .

Если систему уравнений (4) представить в виде проекций на три координатные оси  $i$ ,  $j$ ,  $k$  и дополнить ее уравнением неразрывности

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0, \quad (5)$$

то мы получим систему уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости Навье-Стокса, лежащую в основе всех математических моделей рассматриваемого типа. Форма указанных уравнений, интегрированная по глубине, носит название уравнений Сен-Венана.

Для моделей рассматриваемого типа необходимы: цифровая модель рельефа, заданные начальные и граничные условия (такие характеристики потока, как скорость и давление) и сведения об изменениях этих характеристик с течением времени. Необходимы также данные о физических свойствах вещества потока – плотности, вязкости, угле трения, модуле

упругости. В результате работы моделей получают поля значений физических параметров потока вещества в различные моменты времени – векторы скорости, глубина, давление, силы и др. Указанные значения представляются в виде карт или цифровых моделей. Получаемая в результате моделирования информация может быть полезной при рассмотрении зон распространения паводков и наводнений, а также при проведении защитных мероприятий. В непрерывных моделях, использующих представление по Эйлеру, рассматривается изменение динамических параметров потока (скорости, давления) применительно к конкретному фиксированному объему пространства, через который в различные моменты времени проходят различные частицы среды. В соответствии с этим производная от скорости по времени зависит от последнего не только в явном виде, но и в неявном (т.е. также от изменения с течением времени координат движущегося элемента пространства, проходящего через данный фиксированный объем).

Модели указанного подтипа широко распространены и наилучшим образом описывают движение вещества в жидкой или вязко текучей фазе (водных потоков, селей и оползней-потоков) (рис. 2). Указанная область применения обусловлена тем, что эти модели представляют движение вещества как сплошной среды, характеризующейся неразрывным полем значений физических параметров – скорости, давления, сил, глубин.

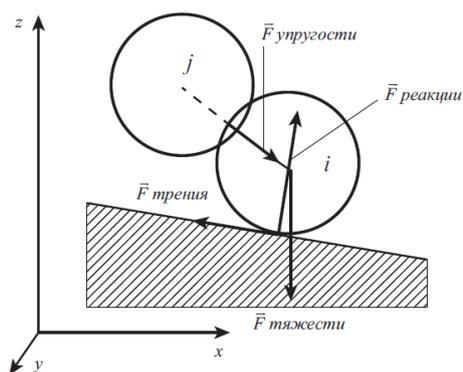


Рис. 2. Силы, действующие на выбранную  $i$ -ю частицу потока.

Для оценки потенциальной угрозы паводков и наводнений была выбрана наиболее часто используемая в оперативной практике модель FLO-2D. Двумерная конечно-разностная модель FLO-2D разработана для моделирования паводков и наводнений. Модель способна оценить скорость и глубину потока, предсказать вероятную площадь затопления. Универсальность модели заключается в возможности расчета направления

движения потока с учетом переменных площадей поперечных сечений, предсказания выхода потока за береговую линию и моделирования затопления местности с учетом рельефа. Моделирование городских наводнений стало давать более реалистичные результаты, когда были разработаны модули расчета уличных потоков, учитывающие такие препятствия, как здания и сооружения.

Система уравнений модели включает уравнение неразрывности и уравнение движения:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hV}{\partial x} = i, \quad (6)$$

$$S_f = S_0 - \frac{\partial hV}{\partial xg} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (7)$$

где  $h$  – глубина потока,  $V$  – средняя по глубине скорость потока по одному из восьми направлений  $x$ ,  $i$  – интенсивность осадков.

Величина трения о склон  $S_f$  определяется через уравнение Маннинга,  $S_0$  – градиент давления, вызванный уклоном русла, два последних члена уравнения (7) выражают конвективное и локальное ускорение потока,  $g$  – ускорение свободного падения. Модель является одномерной для усредненного по глубине потока в русле реки, однако, в случае затопления местности, FLO-2D представляет собой многонаправленную модель. Используя уравнения движения за один временной шаг, независимо рассчитывается средняя скорость течения потока через границу расчетной ячейки по восьми направлениям (рис. 3).

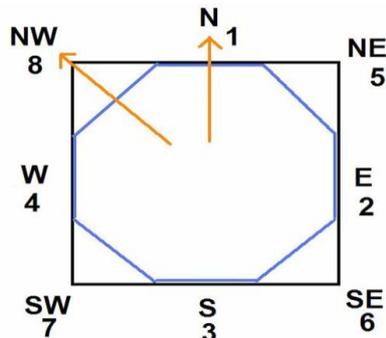


Рис. 3. Направления расчета скорости потока.

Дифференциальные уравнения неразрывности и движения решаются численно, по схеме центральных конечных разностей.

Модель состоит из нескольких блоков. Подготовка входных данных осуществляется в приложении FLO-2D – GDS (Grid Developer System): загружается цифровая модель рельефа (ЦМР); определяется домен интегрирования; выбирается сетка для численного решения системы уравнений; производится интерполяция значений высот из ЦМР в узлы регулярной сетки; вводятся данные рассчитанных или наблюдаемых гидрографов стока на створах (гидрологических постах). Интегрирование уравнений с учетом входных данных происходит в блоке MODFLO-2D. Блок программ MAPPER предназначен для визуализации и анализа таких выходных данных, как глубина затопления территории, скорости потока, зоны затопления по степени опасности и т.д. Визуализированные данные имеют географическую привязку и могут быть легко перенесены в географическую информационную систему (ГИС).

Применение ЦМР для гидрологических задач требует привлечение дополнительной гидрографической информации и специальных интерполяционных и итерационных методов обработки с целью восполнения недостающих данных (поверхности озер и рек). Цифровые модели рельефа для паводкоопасных районов Казахстана были получены с помощью пакета данных HydroSHEDS. Набор данных HydroSHEDS – это гидрологические данные и карты, основанные на радарной топографической миссии аппарата Шатл (SRTM), с разрешением 3 секунды. Данные SRTM – цифровые модели рельефа (ЦМР) были обработаны различными методами для их применения в задачах гидрологии, таких как, определение бассейнов водосбора, гидрологическое моделирование и проектирование гидротехнических объектов. Исходные ЦМР содержат пропуски данных (пустоты) связанные с наличием внутренних водных объектов (озера, реки, болота) Для заполнения этих пустот использована комбинация из двух методов: метод интерполяции основанный на алгоритме TOPOGRID; итерационный метод, основанный на информации о высотах соседних точек. Задача заполнения пустот не столь однозначна и требует также применения дополнительно ряда ГИС технологий для коррекции данных. Предварительные качественные оценки указывают на то, что HydroSHEDS существенно улучшает существующие карты водоразделов и сети рек. Качество пакета зависит от модели рельефа SRTM, на которой он основан. Являясь продуктом, полученным на основе радарных данных, в SRTM на значения высот влияет растительность и другие характеристики поверхности. К ошибкам в определении высот могут привести следующие факторы: области с низким

или плохо определенным рельефом (включая поверхности озер); области с варьируемым растительным покровом и низкой рельефной топографией; береговые области; крупномасштабные дороги или области с очищенной от растительности поверхностью; реки шириной меньше 90 м, с прилегающей береговой растительностью, что может привести к некоторому завышению высоты речного русла; узкие теснины с шириной меньше 90 м; находящиеся на поверхности земли впадины и карстовые воронки; искусственные «барьеры» не оказывающие влияние на движение потока (мосты, области плотной береговой застройки). Разделение естественных и ложных впадин выполнены вручную, с помощью стандартных процедур ГИС. Были рассчитаны их глубины и горизонтальные размеры, впадины с глубиной больше 10 м и площадью больше 10 км<sup>2</sup> отнесены к «потенциально» естественным. Все потенциально естественные впадины далее были проверены визуально, и окончательное решение принималось с привлечением различных атласов и карт [1].

Исходя из приведенных условий, моделирование наводнений на реках Аят и Тогузак в августе 2013 года выполнено по данным Казгидромета об уровнях и расходах воды, наблюдавшихся во время рассматриваемых паводков. Гидрографы стока рек на гидрологических постах р. Аят – с. Варваринка и р. Тогузак – ст. Тогузак приведены на рис. 4. Пост с. Варваринка на р. Аят расположен в 27 км от устья и имеет координаты 52°58' с.ш., 62°12' в.д. Пост у ст. Тогузак находится на расстоянии 55 км от устья реки и имеет координаты 53°48' с.ш., 62°13' в.д. [4].

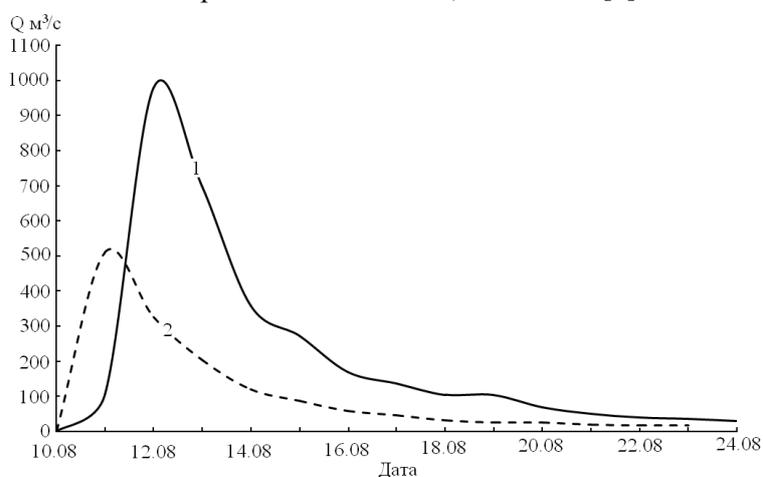


Рис. 4. Гидрографы стока р. Аят у с. Варваринка (1) и р. Тогузак у ст. Тогузак (2) за август 2013 года.

Для проведения модельных расчетов были определены домены протяженностью более 100 км вдоль пойм рек Аят и Тогузак. Выбраны цифровые модели рельефа с разрешением 90 м, шаг по сетке интегрирования составил 30 м. Численные эксперименты проведены за временной отрезок 12 и 14 суток, в соответствии с подъемом и спадом гидрографов стока. На проведение моделирования было затрачено 75 часов машинного времени на компьютере с 32 ГБ оперативной памяти и 4-х ядерным, 8-ми потоковым процессором. Для создания ЦМР пойм рек Аят и Тогузак размеры сетки выбраны с учетом топографии местности, разрешающей способности и требуемой точности. Результаты ЦМР данных территорий с учетом интерполяции высот в узлах сетки приведены на рис. 5.

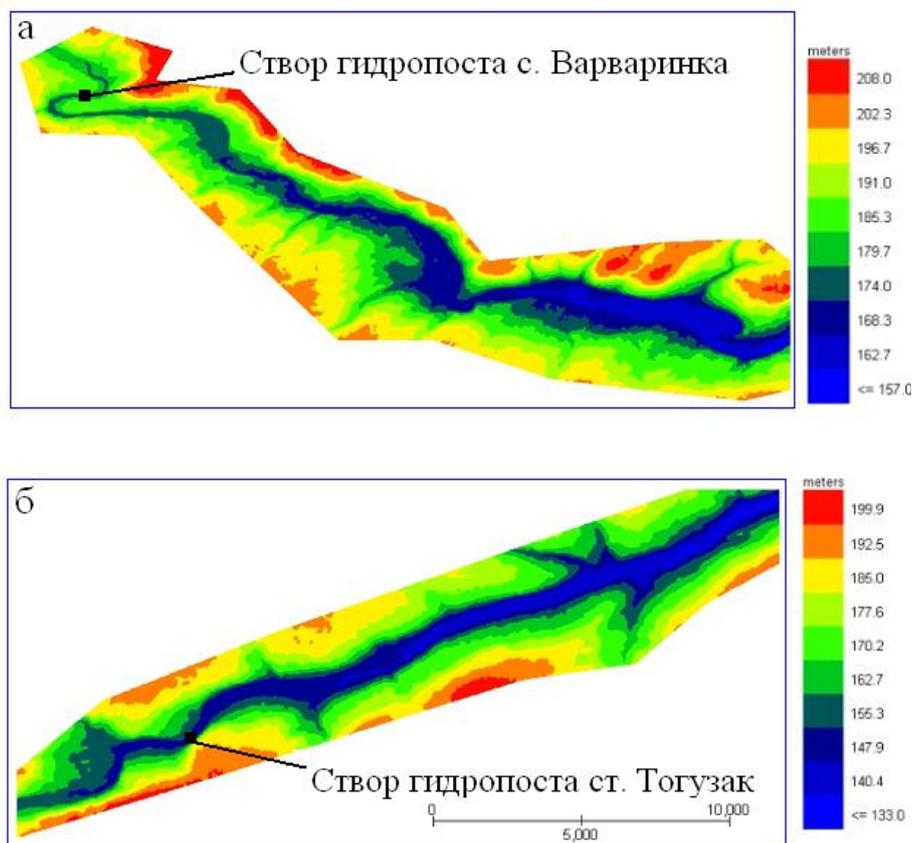


Рис. 5. а) Цифровая модель рельефа поймы р. Аят ниже г/п Варваринка;  
 б) Цифровая модель рельефа поймы р. Тогузак ниже г/п Тогузак.

В процессе моделирования наводнений с помощью исходных гидрографов паводков на мониторе компьютера воспроизводится изображение

участков поймы, подверженных подтоплению ниже гидрологических постов. Модель позволяет также оценить и площади затопления поймы с распространением паводочной волны. На рис. 6, например, приведены затопленные площади поймы р. Аят в момент наблюдавшегося в створе гидрологического поста с. Варваринка максимального уровня воды.

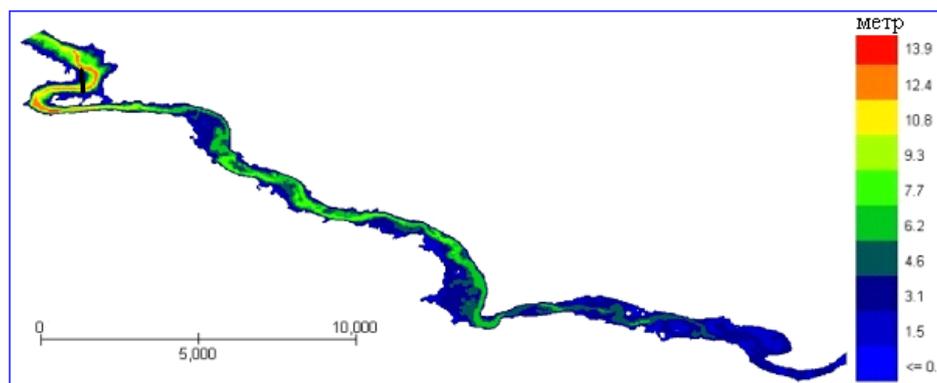


Рис. 6. Площади затопления поймы реки Аят на 12 августа 2013 г.

Результаты моделирования наводнений на реках Аят и Тогузак сравнивались с фактическими затопленными территориями, зафиксированными на космическом снимке со спутника LANDSAT-7 от 17 августа и приведены на рис. 7.

На рис. 7 хорошо видно, что результаты численного эксперимента достаточно точно описывают разливы воды при паводках на реках Аят и Тогузак и качественно совпадают с данными космического мониторинга. Математическое моделирование позволяет к тому же получать достаточно достоверные данные о площадях затопления территорий при наводнениях.

Например, при наблюдавшихся на реках Аят и Тогузак максимальных расходах паводков порядка  $980 \text{ м}^3/\text{с}$  и  $510 \text{ м}^3/\text{с}$  соответственно, расположенные в 3...6 км от реки населенные пункты Варваринка и Тогузак были частично подтоплены. Площадь затопления в с. Варваринка составила порядка  $1,2 \text{ км}^2$ , т.е. 60 % общей территории поселка, а в Тогузаке затопило  $2,1 \text{ км}^2$ , или 6 % его площади (рис. 8).

Как видно, при формировании дождевого паводка с максимальными расходами воды в пределах  $450...500 \text{ м}^3/\text{с}$ , отмеченными на гидропосту ст. Тогузак, и  $900...1000 \text{ м}^3/\text{с}$  на гидропосту с. Варваринка, можно предположить возможное затопление населенных пунктов. При этом подтопление поселков начинается уже при достижении расходов воды на реках Аят – с. Варваринка и Тогузак – ст. Тогузак  $700 \text{ м}^3/\text{с}$  и  $350 \text{ м}^3/\text{с}$  соответственно.

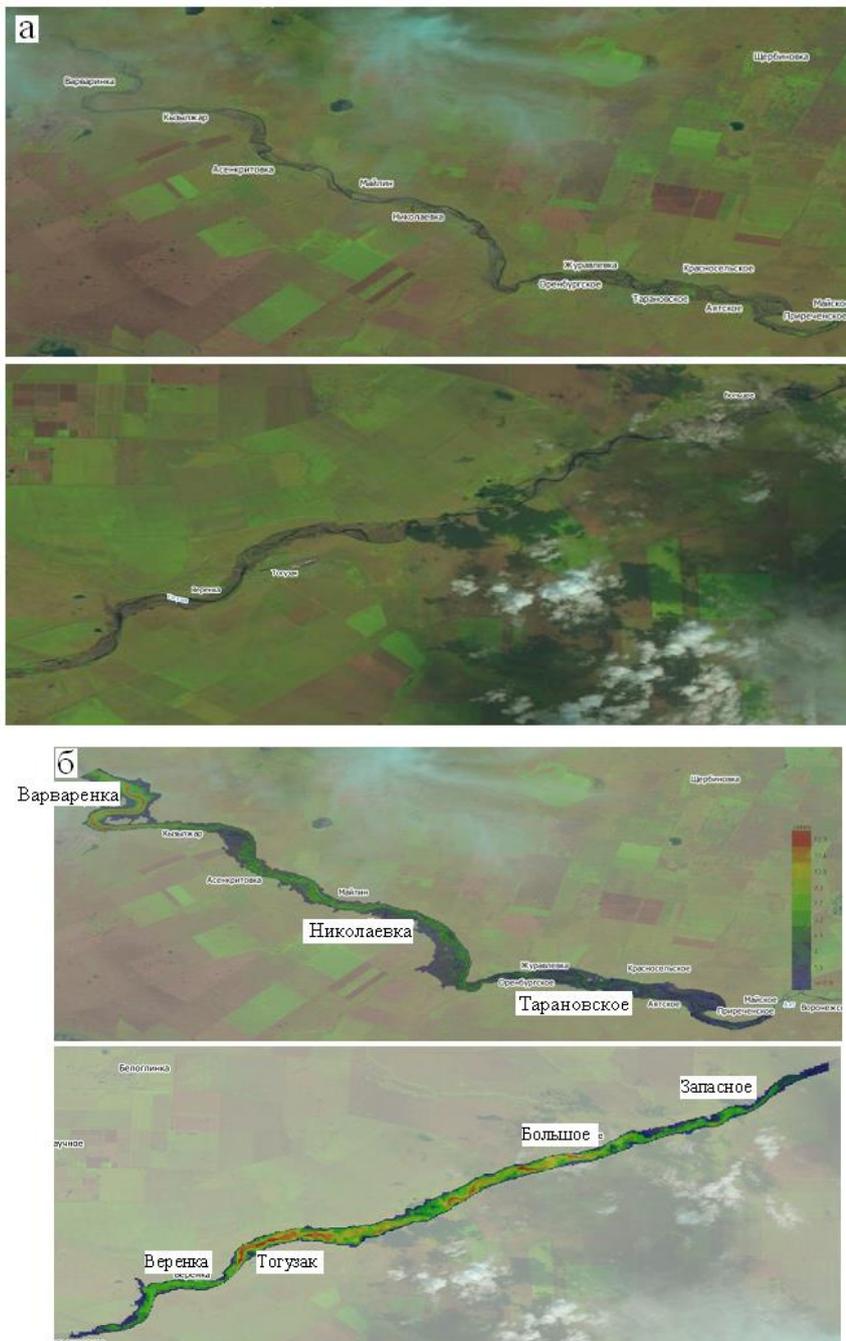
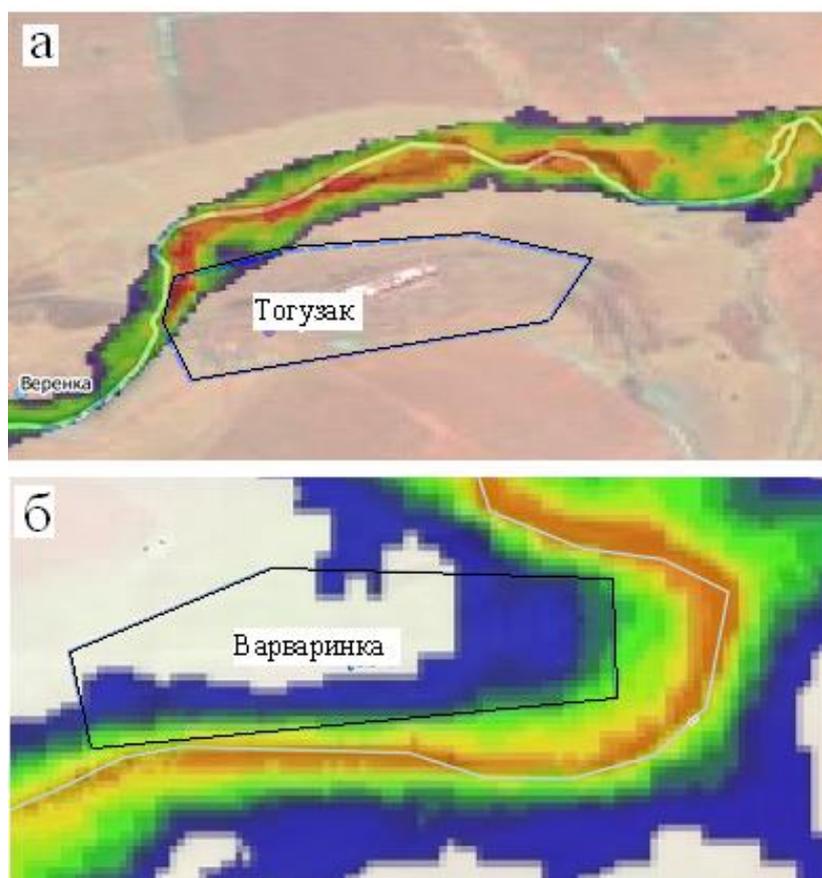


Рис. 7. (а) Космический снимок участка р. Аят ниже с. Варваринка и р. Тогузак ниже ст. Тогузак со спутника LANDSAT-7 от 17 августа 2013 г.; (б) Результаты моделирования наводнения соответственно на реках Аят и Тогузак, совмещенные со снимком спутника.



*Рис. 8. Подтопленные населенные пункты: а) станция Тогузак в Карабалыкском районе; б) село Варваринка в Таранском районе.*

Таким образом, использование метода математического моделирования FLO-2D позволяет оценить масштабы затопленных территорий при прохождении на участке реки волны паводка и решать ряд научных и практических задач. А использование космических снимков с высоким разрешением, кроме реализации модели наводнений, необходимо и для мониторинга возможных ситуаций их возникновения и корректирования их расчетных характеристик.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдрахимов Р.Г., Каипов И.В., Кошкарбаева А.С. Проблемы возникновения наводнений на реках равнинного Казахстана // Теоретические и прикладные проблемы географии, часть 2: Матер. междунар. конф. – Астана, 2014. – С. 189-192.

2. Бекмухамедов Б.Э., Каипов И.В., Кошкарбаева А.С. Оценка масштаба наводнения на казахстанской части реки Жайык (Урал) по результатам математического моделирования и их сравнение с данными космического мониторинга // Космические исследования и технологии. – 2014. – №1. – С.30-35.
3. Бузин В.А. Опасные гидрологические явления: учебное пособие для вузов. – СПб: РГМУ, 2008. – 227 с.
4. Гальперин Р.И. Высокие уровни воды на реках равнинного Казахстана. – Алматы: КазГУ, 1994. – С. 169-171.
5. Кандаурова Л.И. Дождевые паводки в бассейне реки Тобол в августе 2013 года // Гидрометеорология и экология. – 2014. – №2. – С. 178-183.
6. Михайлов В.О. Классификация численных математических моделей селевых и склоновых процессов // Инженерная геология. – 2011. – С. 58-59.

Поступила 14.10.2014

Техн. ғылымд. канд.     Р.Г. Абдрахимов  
                                      Б.Э. Бекмухамедов  
                                      И.В. Каипов  
                                      А.С. Кошкарбаева

#### **ЖАУЫН ШАШЫН ГЕНЕЗИСІНІҢ СУ АЛУЫН МОДЕЛДЕУ**

*Тобыл өзені оң жағалау арналарында (Аят, Тоғұзақ) 2013 жылдың жазында болған және бірқатар елді мекендерді субасуға шалдықтырған жауын-шашын су тасуы қарастырылған. Космостық түсірілімдер және математикалық моделдер қолданылған, олар өзен телімдеріндегі суалу процестерін егжей-тегжейлі және дәйекті сипаттауға мүмкіндік береді. Сонымен қатар, математикалық моделдеу су басу кезіндегі су жайылу алаңдары бойынша нақты жеткілікті мәліметтер алуға мүмкіншілік тудырады.*