УДК 614.8.084+504.061.2:69.05(075.8)

Доктор техн. наук М.Ж. Бурлибаев *
Доктор геогр. наук А.А. Волчек **
Канд. техн. наук П.В. Шведовский **
Д.М. Бурлибаева ***

ОСОБЕННОСТИ ВЫБОРА АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ РИСК, УЩЕРБ, ЭКОСИСТЕМА, ДЕТЕРМИНИРОВАННОЕ ОПИСАНИЕ СХЕМ, УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ СТРАНЫ, НАЦИОНАЛЬНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ, НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ, КОНЦЕПЦИЯ ИНФОРМАЦИОННО-СТАТИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Интенсификация хозяйственной деятельности достигла к настоящему времени такого уровня, что детерминированное описание схем ее функционирования, основанное на постулате о причинной обусловленности всех факторов и процессов, зачастую несоответствует действительности. Всегда может проявиться элемент случайности, который приводит к формированию критической экологической ситуации, что и характерно в настоящее время.

Это определяет насущную необходимость смены акцента государственной политики в сторону решения задач направленных на максимально возможное снижение экологических рисков, минимизацию ущерба природной среде, недопущение ухудшения качества жизни народонаселения, что, в конечном итоге, и обуславливает устойчивое экономическое развитие страны и ее национальную безопасность.

Анализ существующих и постоянно проявляющихся экологических проблем четко показывает неопределенность и стохастичность исходной информации о прогнозируемых условиях функционирования практически всех экологических систем. При этом в области экологических проблем неопределенность порождается как недостаточностью и искажением информации, так

* Казахстанское Агентство Прикладной Экологии, г. Алматы
** Брестский государственный технический университет, Республика Беларусь
*** Институт географии, г. Алматы

и разнообразием природоохранных технологий, условиями существования и функционирования экологических систем [2, 3].

Концепция информационно-статистического подхода [6, 7] базирующаяся на вариационном принципе выбора экстремальных распределений экспериментальных случайных величин, моделях редких событий и непредельных распределениях сумм случайного числа случайных величин, является достаточно конструктивной, так как позволяет использовать теории рандомизации параметров, вероятности и операторных рядов Ли и др. [4, 8, 9].

Однако очень ограниченный объем информации (малые выборки) не позволяет при выборе закона распределения генеральной совокупности эффективно использовать критерии Шапиро-Уилка, Колмогорова и др. [6, 9] и требует инвариантных преобразований выборочных данных.

Неизвестность статистических свойств исходного распределения также не позволяет определить соответствие выборочных данных условиям использования асимптотической теории и постулата устойчивости. Это и обуславливает необходимость, в условиях полной неопределенности, задачи по выбору альтернативных экологических решений базировать на теории упорядоченности в множество одномерных функций распределения (стохастического формирования) по нижеследующей схеме: из рассматриваемого (заданного) множество альтернатив выбрать наилучшую, для которой $F_{on}(x) \leq F_i(x)$, для всех $x \in [a, b]$ и i = 1, 2, …, n, при этом соответственно $F_i(x) = \{X < x\}$, где X – случайная величина, характеризующая эффект реализации принятой альтернативы (выходной эффект), x – некоторая критическая величина.

Согласно имеющимся исследованиям [1, 5, 7, 10, 11, 12] в области оценки вероятности различного рода событий, при ограниченности или полном отсутствии информации о законах распределения и механизма формирования случайной величины, стохастическое доминирование можно осуществлять по дисперсиям, либо первому и второму порядку (степени).

Функция распределения $F_1(x)$ доминирует функцию распределения $F_2(x)$ первой степени для всех *x,* если $F_1(x) < F_2(x)$, при этом $F_1(a) = F_2(x) = 0$. Функция распределения $F_1(x)$ доминирует по определению функцию распределения $F_2(x)$ второй степени, если $\int\limits_0^x F_1(x)dx \leq \int\limits_0^x F_2(x)dx$ для всех $x \in [a, b]$.

Выявлено также, что если Y_a, Z_a является соответствующими квантилями распределений $F_1(x)$, $F_2(x)$ и для любых *a* Î (0, 1) и с > 0 $F_1(Y_a+c) \geq F_2(Z_a+c)$, то функции распределений $F_1(x)$ и $F_2(x)$ будут упорядоченными по дисперсии, причем $F_2(x)$ является более дисперсной, при этом $F_1^{-1}(\beta)-F_1^{-1}(\alpha)\leq F_2^{-1}(\beta)-F_2^{-1}(\alpha)$ для любых $\alpha,\ \beta,\ (0<\alpha<\beta<1)$.

А это позволяет стохастическое доминирование строить на сравнении аналитических функций квантилей, используя метод инверсии функции распределения с помощью операторных рядов.

Используя в качестве меры экологического ущерба интегральный показатель

$$R_n = \int_0^x \Phi(z)dz\ , \tag{1}$$

с ограничениями верхнего предела интеграла ограниченными возможностями природоохранных мероприятий, в силу неопределенности условий (возможности изменения стратегии поведения экологической системы) предпочтительным из альтернативных вариантов будет вариант, для которого

$$\int_0^x \Phi_i(x)dx \leq \int_0^x \Phi_k(x)dx\ , \tag{2}$$

при любых x, $i = 1, 2$; k ¹ i.

Рассматривая решение задачи применительно к распределениям с математическими ожиданиями m_1 и m_2, дисперсиями σ_1^2 и σ_2^2 и соответственно с плотностями вероятности

$$f_1(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}_1}\exp\left(\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right),\qquad f_2(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}_2}\exp\left(\frac{(x-m_2)^2}{2\sigma_2^2}\right), \tag{3}$$

инверсионный оператор для стандартного нормального закона (m = 0, s^2 = 1) будет иметь вид

$$D=\sqrt{2\pi}\cdot\exp\left(\frac{x^2}{2}\right)\frac{d}{dx}\,. \tag{4}$$

Тогда $D_x^1\big|_{x=0}=\sqrt{2\pi}$; $D_x^2\big|_{x=0}=0$; $D_x^3\big|_{x=0}=(2\pi)^{3/2}$ или в общем случае

$$D_x^v\big|_{x=0}=(2\pi)^{v/2}\,\psi_v(0), \tag{5}$$

где $\psi_v(x)$ – полином степени $v = 1$, определяемый по рекуррентному соотношению при фиксированном уровне значимости $0 < P < 1$.

Отсюда соответственно для $F(x) = P$ (для любого P) разложение в ряд квантили X_p имеет вид

$$X_p = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(P-0{,}5)^{\nu}}{\nu!} (2\pi)^{\nu/2} \psi_{\nu}(0), \tag{6}$$

где $\Psi_{\nu+1}(x) = \Psi_0(x) + \nu_x \cdot \Psi_{\nu}(x); \quad \Psi_1(x) = 1$.

Тогда функции квантилей для распределений (3) можно представить следующим образом

$$\left.\begin{aligned} x &= m_1 + \sigma_1 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha-0{,}5)^{2n+1}}{(2n+1)!} (2\pi)^{n+0{,}5} \psi_{2n+1}(0); \\ x &= m_2 + \sigma_2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha-0{,}5)^{2n+1}}{(2n+1)!} (2\pi)^{n+0{,}5} \psi_{2n+1}(0) \end{aligned}\right\}, \tag{7}$$

а так как функция распределения $F_1(x)$ доминирует функцию распределения $F_2(x)$ первой степени, когда $F_1^{-1}(\alpha) \geq F_2^{-1}(\alpha)$ для любого $0 \leq a \leq 1$, или в развернутой форме

$$m_1 + \sigma_1 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha-0{,}5)^{2n+1}}{(2n+1)!} (2\pi)^{n+0{,}5} \psi_{2n+1}(0) \geq m_2 + \sigma_2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha-0{,}5)^{2n+1}}{(2n+1)!} (2\pi)^{n+0{,}5} \psi_{2n+1}(0), \tag{8}$$

что определяет следующее неравенство

$$(m_1 - m_2) + (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha-0{,}5)^{2n+1}}{(2n+1)!} (2\pi)^{n+0{,}5} \psi_{2n+1}(0) \geq 0. \tag{9}$$

Отсюда следует, что функция нормального распределения N_1 (m_1, s_1) доминирует функцию нормального распределения N_2 (m_2, s_2) первой степени, когда их дисперсии равны $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, а для математических ожиданий выполняется неравенство $m_1 > m_2$.

При этом функция распределения $F_1(x)$ доминирует функцию распределения $F_2(x)$ второй степени, если выполняются условия

$$\alpha \cdot F_1^{-1}(\alpha) - \int_0^{\alpha} F_1^{-1}(\gamma) d\gamma \leq \beta \cdot F_2^{-1}(\beta) - \int_0^{\beta} F_2^{-1}(\gamma) d\gamma, \tag{10}$$

где a ($0 \leq a \leq 1$) и b ($0 \leq b \leq 1$) связаны между собой соотношением $F_1^{-1}(\alpha) = F_2^{-1}(\beta)$.

После соответствующих преобразований и интегрирования квантильных функций (7) условия стохастического доминирования принимают следующий вид:

$$m_1 + \sigma_1 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha-0{,}5)^{2n+1}}{(2n+1)!} (2\pi)^{n+0{,}5} \psi_{2n+1}(0) = m_2 + \sigma_2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha-0{,}5)^{2n+1}}{(2n+1)!} (2\pi)^{n+0{,}5} \psi_{2n+1}(0), \tag{11}$$

$$\sigma_1 \cdot \sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{\alpha\cdot(\alpha-0{,}5)^{2n+1}}{(2n+1)!}-\frac{(\alpha-0{,}5)^{2n+2}}{(2n+2)!}-\frac{1}{2^{2n+2}(2n+2)!}\right]\cdot(2\pi)^{n+0{,}5}\,\psi_{2n+1}(0)\le$$
$$\le\sigma_2\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{\beta\cdot(\beta-0{,}5)^{2n+1}}{(2n+1)!}-\frac{(\beta-0{,}5)^{2n+2}}{(2n+2)!}-\frac{1}{2^{2n+2}(2n+2)!}\right]\cdot(2\pi)^{n+0{,}5}\,\psi_{2n+1}(0). \quad (12)$$

Для выделения областей стохастического доминирования в плоскости параметров a и b, считая, что $s_2 > s_1$ и, используя специфические свойства функции квантилей гаусовских распределений, проанализируем ряды характерных точек: a = 0,5, $\beta = \Phi\left(\frac{m_1-m_2}{\sigma_2}\right)$; b = 0,5, $\alpha = \Phi\left(\frac{m_1-m_2}{\sigma_1}\right)$; a = 1, b = 1; a = 0, b = 0; a = b = a_0; $x_0 = \frac{m_1-m_2}{\sigma_2-\sigma_1}$; $\Phi_1(x_0)=\Phi_2(x_0)=\Phi\left(\frac{m_2-m_1}{\sigma_2-\sigma_1}\right)$,

для второго условия (второй степени) стохастического доминирования

$$\sigma_1\left\{\sum\alpha\right\}\le\sigma_2\left\{\sum\beta\right\}. \quad (13)$$

При малых значениях $\alpha(\beta)\left\{\sum\alpha\right\}$ – отрицательная величина, а при больших $\alpha(\beta)$ – становится положительной. Следовательно, существует значение параметра g_0 = a = b, независящее от параметров рассматриваемых гауссовских распределений (m_1, m_2, s_1, s_2), при которых сумма равна нулю. В результате расчетов значение этого параметра варьирует в интервале 0,705 – 0,725.

Все это позволяет условие доминирования второй степени гауссовых распределений $N_1(m_1, s_1)$ и $N_2(m_2, s_2)$ с параметрами m_1, m_2, s_1, s_2 соответственно сформировать в виде $m_1 > m_2$; $s_1 < s_2$; $\Phi\left(\frac{m_1-m_2}{\sigma_2-\sigma_1}\right)\ge 0{,}725$, где $F(\bullet)$ – функция Лапласа.

Рассмотрим реализацию полученного аналитического решения для конкретной задачи.

Среднее значение предельно допустимых концентраций (ПДК) фенола в водном источнике по данным лабораторных анализов в последние пять дней составило $\bar{x}$ = 4,2 условных единиц при среднеквадратическом отклонении S_x = 1,43. Из предложенных трех альтернативных вариантов было реализовано экологическое мероприятие, которое обусловило изменение ПДК фенола, при этом в течение трех дней среднее значение было $\bar{x}_Э = 2{,}7$ условных единиц при $S_{xэ}$ = 1,68.

Тогда соответственно $\Phi\left(\dfrac{4{,}2-2{,}7}{1{,}68-1{,}43}\right)=\Phi(6)=1>0{,}725$, т.е. можно утверждать, что в результате проведения экологического мероприятия имеет место стохастическое доминирование нового распределения показателя над его первоначальным распределением.

Однако это утверждение достоверно только в случае отсутствия противоречий о равенстве средних. Исходя из этого, были рассмотрены основные аспекты сравнения средних экологических значений, получаемым по малым случайным выборкам с целью выяснения: различие в их оценках обусловлено случайными причинами или отличием математических ожиданий. В качестве критериев сравнения средних значений по двум выборкам малого объема после их нормализации, согласно [6], целесообразно использовать «приближенные» критерии Уэлча и Вальда, статистики которых распределены по законам, близким к закону распределения Стьюдента, а улучшение приближения достигается корректировкой степеней свободы t-распределения.

Статистики критериев для случая $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$ имеют вид:

$$W_y=\frac{\left|\overline{x}-\overline{y}\right|}{\sqrt{\dfrac{S_x^2}{m-1}+\dfrac{S_y^2}{n-1}}};\qquad W_B=\frac{\left|\overline{x}-\overline{y}\right|}{\sqrt{\dfrac{S_x^2}{m}+\dfrac{S_y^2}{n}}}. \tag{14}$$

Числитель статистик имеет нормальное распределение, дисперсия которого $\sigma^2=\dfrac{\sigma_x^2}{m}+\dfrac{\sigma_y^2}{n}$, случайные величины $\overline{x}-\overline{y}$, S_x^2, S_y^2 взаимно независимы, причем $S_x^2=\dfrac{\sigma_x^2\cdot\chi_m^2}{m}$, $S_y^2=\dfrac{\sigma_y^2\cdot\chi_n^2}{n}$ и при $m\to\infty$, $n\to\infty$ распределение $W_{\text{В}}$ стремится к стандартному нормальному распределению и асимптотически не зависит от неизвестных параметров.

В случае конечных m и n распределение статистики $W_{\text{В}}$ зависит от отношения неизвестных дисперсий σ_x^2/σ_y^2 и критическая область определяется неравенством $V\geq f(c)$, где $f(c)$ – некоторая функция, зависящая от неизвестного отношения дисперсий.

В качестве такой функции можно использовать интерполяционный полином третьей степени

$$f(c,m,n,\alpha)=\tau_2\cdot\frac{(\Theta-c)^2\cdot(1-c)}{\Theta^2}+\tau\cdot\frac{\left[\Theta(1-\Theta)+(2\Theta-1)\cdot(c-\Theta)\right]\cdot c\cdot(1-c)}{\Theta^2\cdot(1-\Theta)^2}+\tau_1\cdot\frac{(\Theta-c)^2\cdot c}{(1-\Theta)^2}, \tag{15}$$

где t, t_1, t_2 – квантили распределения Стьюдента с $m+n$, m, n степенями свободы;

$$c = \frac{\overline{m} \cdot S_x^2}{\frac{S_x^2}{m} + \frac{S_y^2}{n}}, \tag{16}$$

$$\Theta = \frac{n}{m+n}$$

При выборках неравных объемов $W_{\text{В}}$ заменяется его оценкой, имеющей минимальное смещение

$$\overline{W}_B = c - 2c \cdot (1-c) \cdot \left(\frac{1-c}{n} - \frac{c}{m} \right). \tag{17}$$

Однако учитывая, что при выборе альтернативных экологических решений обычно одна из выборок (предыстория) достаточно представительная, допускающая идентификацию закона распределения, а вторая – малая (реализация), то более целесообразно использовать теорию Беренса – Фишера [7], которая позволяет проверить гипотезу для случая $\overline{\sigma}_x^2 \neq \overline{\sigma}_y^2$ с мешающими параметрами – дисперсия и одно из математических ожиданий, входящих в вероятностную плотность.

Отметим, что в общем случае двум нормальным выборкам и четырем параметрам $\left(\widetilde{x},\, \sigma_x^2, \widetilde{y},\, \sigma_x^2\right)$ будет соответствовать четыре статистики $\left(\overline{x},\, S_x^2, \overline{y},\, S_x^2\right)$ и плотность вероятности

$$f(x,y) = \frac{1}{(2\pi)^{(m+n)/2} \cdot \sigma_x^m \cdot \sigma_y^n} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2 \cdot \sigma_x^2} \cdot \sum_{i=1}^{m} (x_i - \widetilde{x})^2 - \frac{1}{2 \cdot \sigma_y^2} \cdot \sum_{j=1}^{n} (y_i - \widetilde{y})^2 \right]. \tag{18}$$

А так как параметры $\widetilde{x}$ и $\widetilde{y}$ связаны условием $\widetilde{x} = \widetilde{y}$, оставшимся трем параметрам будут уже соответствовать четыре достаточные статистики, т.е. если $X_1, \ldots, X_m$ нормально распределены с параметром $\Theta = \left(\widetilde{x}, \sigma_x^2\right)$, то достаточно для Θ будут статистики

$$\overline{x} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} x_i \text{ и } S_x^2 = \frac{1}{m-1} \cdot \sum_{i=1}^{m} \left(x_i - \overline{x}\right)^2 . \tag{19}$$

Сводя множество достаточных статистик $\left(\overline{x},\, \overline{y},\, S_x^2, S_y^2\right)$ к виду $\frac{\overline{y} - \overline{x}}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2}}$ и $\frac{S_y^2}{S_x^2}$, критическую область для рассматриваемой задачи можно представить в виде

$$\frac{\left|\overline{y}-\overline{x}\right|}{\sqrt{S_x^2+S_y^2}} \geq g\left(\frac{S_x^2}{S_y^2}, \alpha, m, n\right), \qquad (20)$$

где а – уровень значимости.

Исследованиями [6, 11, 13] доказано, что используя рекуррентную процедуру и последовательно применяя оператор преобразования в виде гипергеометрической функции Гаусса, постановку задачи о равенстве средних нужно осуществлять при условии $\frac{S_y^2}{S_x^2} < 1$.

Отсюда при любом а-уровне значимости для критической области справедливо условие

$$\frac{\left|\overline{y}-\overline{x}\right|}{\sqrt{S_x^2+S_y^2}} \geq \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(1-\alpha)^v}{2^v \cdot v!} D^v T\Big|_{T_0=0}, \qquad (21)$$

где D – оператор преобразования, при этом $D^v \cdot T / T_0 = D\left(D^{v-1} \cdot T\right) / T_0$; T – расчетные значения статистики.

В соответствии с вышеизложенными выкладками проверим для конкретной задачи противоречивость гипотезы $H_0 : \tilde{x} = \tilde{y}$ при уровне значимости а = 0,05.

Расчетные значения статистики

$$T_P = \frac{\left|\overline{x}-\overline{y}\right|}{\sqrt{S_x^2+S_y^2}} = \frac{|4{,}2-2{,}7|}{\sqrt{1{,}43^2+1{,}68^2}} = 0{,}68. \qquad (22)$$

Для $\frac{m}{n} = \frac{5}{3}$ при а = 0,05 и $\frac{S_x^2}{S_y^2} = 0{,}5$ $T_{кр}$ = 1,8585.

Так как $T_р = 0{,}68 < T_{кр} = 1{,}8585$, то противоречия в гипотезе не выявляются, а, следовательно, принятый альтернативный вариант экологического решения не является достаточно эффективным.

Бесспорно, что предложенная методика выбора альтернативных вариантов экологических решений требует соответствующей корректировки, но заложенные в ней принципы решают в целом проблему принятия решения в условиях неопределенности и экстремальности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисов А.Н. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений – М.: Радио и связь, 1989. – 304 с.
2. Бурлибаев М.Ж., Волчек А.А., Калинин М.Ю., Скольский В.А., Шведовский П.В.Чрезвычайные ситуации в природной среде – Алматы: Каганат, 2011. – 352 с.
3. Бурлибаев М.Ж., Волчек А.А., Шведовский П.В. Проблемы оптимизации природопользования и природообустройства в математических моделях и методах – Алматы: Каганат, 2003. – 532 с.
4. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений – М.: Мир, 1965. – 419 с.
5. Джефферс Дж. Введение в системный анализ: применение в экологии – М.: Мир, 1981. – 283 с.
6. Ивченко Б.П. Информационная экология, Ч.1. – СПб, 1998.– 201 с.
7. Ивченко Б.П., Мартыщенко Л.А., Монастырский М.Л. Теоретические основы информационно-статистического анализа сложных систем – СПб: Лане, 1997. – 209 с.
8. Мартыщенко Л.А. Экстремальные распределения экстремальных случайных величин – М: МО СССР, 1989. – 201 с.
9. Моделирование процессов в природно-экономических системах / Под ред. В.И. Гурмана – Новосибирск: Наука, 1982. – 176 с.
10. Прикладные нечеткие системы / пер. с япон. под ред. Т. Терно – М.: Мир, 1993. – 386 с.
11. Райфа Г. Анализ решений. Введение в проблему выбора в условиях неопределенности – М.: Наука, 1970. – 402 с.
12. Рапопорт И.А. Математические аспекты абстрактного анализа систем – М.: Прогресс, 1969. – 193 с.
13. Чернышев М.К. Математическое моделирование иерархических систем – М.: Наука, 1998. – 168 с.

Поступила 29.08.2012

Техн. ғылымд. докторы М.Ж. Бүрлібаев
Техн. ғылымд. докторы А.А. Волчек
Техн. ғылымд.канд. П.В. Шведовский
Д.М. Бүрлібаева

БЕЛГІСІЗДІК ЖАҒДАЙДАҒЫ АЛЬТЕРНАТИВТІ ЭКОЛОГИЯЛЫҚ ШЕШІМДЕРДІ ТАҢДАУ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Шаруашылық жұмыстың интенсификациясы қазіргі кезеңде, барлық факторлар мен процесстер себептері келтірілген постулат негізімен оның жұмыс істеуінің детерминделген сипаттама кескіні сәйкес келмейді. Барлық уақытта келеңсіз экологиялық жағдайлар қалыптасуына себеп болатын қазіргі уақытқа тән кездейсоқ элемент анықталуы мүмкін.

Бұл мүмкіндік экологиялық қауіптердің болуын төмендету, табиғи ортаға залалды азайту, халықтың тұрмыс сапасының нашарлауына жол бермеу мүмкіншіліктерін шешуге бағытталған мемлекеттік саясаттың екпінді ауысымының керекті қажеттілігін анықтайды, сонымен қатар елдің экономикасының орнықты дамуын және ұлттық қауіпсіздікті ескертеді.