

---

УДК 504.3.054; 004.942; 519.25

Доктор техн. наук

Канд. техн. наук

PhD

Канд. техн. наук

Э.А. Закарин<sup>1</sup>

Л.А. Балакай<sup>1</sup>

К.А. Бостанбеков<sup>1</sup>

Т.В. Дедова<sup>1</sup>

Р.А. Жетписов<sup>1</sup>

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РИСКОВ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ВОЗДУШНОГО БАССЕЙНА ГОРОДА

**Ключевые слова:** математическое моделирование, экологические риски, загрязнение атмосферы города, WRF, HYSPLIT, стохастическая модель.

*Предлагается методика рискованного картирования загрязнения атмосферы города точечными источниками (например, трубами ТЭЦ). Методика основана на наборе статистики путем решения прямых задач метеорологии и экологии (загрязнения атмосферы). При этом, предусмотрено использование моделей WRF и HYSPLIT, адаптированных к условиям города Алматы, и приведены примеры расчетов по этим моделям. Алгоритм стохастической модели включает расчет мер риска в виде математического ожидания и дисперсии в каждой ячейки GRID-карты.*

**Введение.** Проблемы оценки экологических рисков сложны и многообразны. С одной стороны, трудно количественно определить или предсказать тот негативный «выхлоп», который производит тот или иной вид человеческой деятельности. С другой стороны, сама окружающая среда является очень сложной системой и ее реакция на воздействие («выхлоп») трудно предсказуема.

В данной работе предлагается методика риск-анализа загрязнения атмосферы города, предприятиями теплоэнергетики, выбросы которых заданы, а рискованные карты рассчитываются на основе моделирования атмосферных процессов и статистической обработке результатов расчетов.

Излагаемая методика является развитием на атмосферные процессы стохастической модели загрязнения природной среды [13], которая была

---

<sup>1</sup>ТОО «EcoRisk», г. Алматы, Казахстан

использована в работе [2] для решения задачи нефтяного загрязнения акватории моря.

Работа выполнена в рамках программы МОН РК «Грантовое финансирование научных исследований» по приоритету: «Энергетика и машиностроение» по теме № AP05132380 «Риск-анализ влияния предприятий теплоэнергетики на загрязнение воздушного бассейна города (на примере г. Алматы)».

**Моделирование метеорологических процессов.** На первом этапе разработки стохастической модели стоит задача моделирования атмосферных процессов, протекающих в воздушном бассейне города. Формально эти процессы описываются системой уравнений газодинамики атмосферы, но при этом возникает проблема постановки граничных условий. Воздушный бассейн не является замкнутой системой – на его боковых границах идут интенсивные процессы тепло-массообмена с соседними областями атмосферы. Их учет диктует необходимость моделирования метеопроцессов в объеме этих областей, при этом возникают новые «соседи» и так далее по цепочке. Для разрешения этой проблемы в настоящее время активно разрабатывается подход, в основу которого положена принятая в метеорологии [4] иерархия атмосферных процессов в соответствии с их масштабом.

Выделяют, как правило, четыре масштаба – синоптический, региональный, мезометеорологический и локальный. Поля метеоэлементов синоптического масштаба восстанавливаются методами объективного анализа (вариационного усвоения) данных метеонаблюдений [1, 11] и используются как начальные данные в моделях метеопрогноза. Далее эти поля методом реанализа уточняются и накапливаются во всемирных базах метеоданных (ERA Interim, GFS и др.) [12]. Отталкиваясь от метеополей синоптического масштаба, путем дробления вычислительной сетки (downscaling) пошагово уменьшают расчетную территорию (домен) с нацеливанием на выбранный город (телескопизация). При этом на каждом шаге дробления формируются граничные условия, используя результаты расчетов на более грубой сетке. Кроме того, пошагово детализируются подстилающая поверхность и ее воздействие на атмосферный пограничный слой, используя все более сложные процедуры параметризации.

Эту процедуру можно условно представить в операторном виде. С этой целью обозначим через  $\mathbf{d}$  совокупность значений метеорологических элементов (скорости, давления, температуры, влажности и др.), наблюдаемых в определенном момент времени и в определенной точке пространства.

В метеорологии эта комплексная характеристика атмосферы носит название *погода*. Введем также понятие домена как множество значений  $\mathbf{d}$ , связанных к ячейкам вычислительной сетки:

$$\mathbf{D}\{\mathbf{d}_{i,j,k,l} | i = 1,2,3 \dots I; j = 1,2,3 \dots J; k = 1,2,3 \dots K; l = 1,2,3 \dots L\}, \quad (1)$$

где  $i, j, k, l$  – индексы сетки по координатам  $x, y, z$  и времени  $t$  соответственно. Если обозначить через  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  и  $\Delta t$  шаги сетки, то координаты ячейки будут равны  $x = i\Delta x, y = j\Delta y, z = k\Delta z$ , а расчетное время –  $t = l\Delta t$ . Таким образом, домен – это массив данных, описывающих некую метеоситуацию (погоду), развернутую в пространстве на сетке размером  $X \times Y \times Z$ , где  $X = I\Delta x, Y = J\Delta y, Z = K\Delta z$ , и во времени длительностью  $T = L\Delta t$ .

Используя принятые обозначения, сформулируем процедуру телекопизации:

$$\mathbf{D}_1\{\mathbf{d}_{ijkl}\} \xrightarrow{\text{down scaling}} \mathbf{D}_2\{\mathbf{d}_{ijkl}\} \xrightarrow{\text{down scaling}} \mathbf{D}_3\{\mathbf{d}_{ijkl}\} \xrightarrow{\text{down scaling}} \mathbf{D}_4\{\mathbf{d}_{ijkl}\} \quad (2)$$

Здесь индексы 1, 2, 3, и 4 относятся к доменам синоптического, регионального, мезометеорологического и локального масштаба соответственно.

Процедура *downscaling* представляет собой сложный вычислительный комплекс, основанный на численном решении уравнений атмосферной газодинамики и параметризации различных процессов – от образования облаков до взаимодействия с подстилающей поверхностью.

В настоящее время наиболее продвинутой является модель WRF (Weather Research and Forecasting Model) [9]. Привлекательной чертой этого проекта является его исследовательская направленность (Research) и участие в нем большой группы ученых. Особое внимание уделяется моделированию сложных атмосферных процессов в горной местности [8], что очень важно для целей данной работы, т.к. город Алматы расположен в предгорьях хребта Алатау. В связи с этим модель WRF была положена в основу данной работы и по ней выполнены ряд предварительных расчетов (рис. 1).

Результаты расчетов показали, что модель WRF при сгущении расчетной сетки до размера ячейки (1 км × 1 км) отражает закономерности формирования местных ветров в зимний период. Иллюстрацией этого являются поля ветра в горизонтальном и вертикальном разрезах, рассчитанные на 26.01.2016 00:00 часов по местному времени. Из рисунка видно, что вследствие сложной орографии местности формируется пестрая ветровая

картина с преобладанием ночного горного ветра в приземном слое. В жилых районах города устанавливается режим слабого проветривания (1–2 м/с).

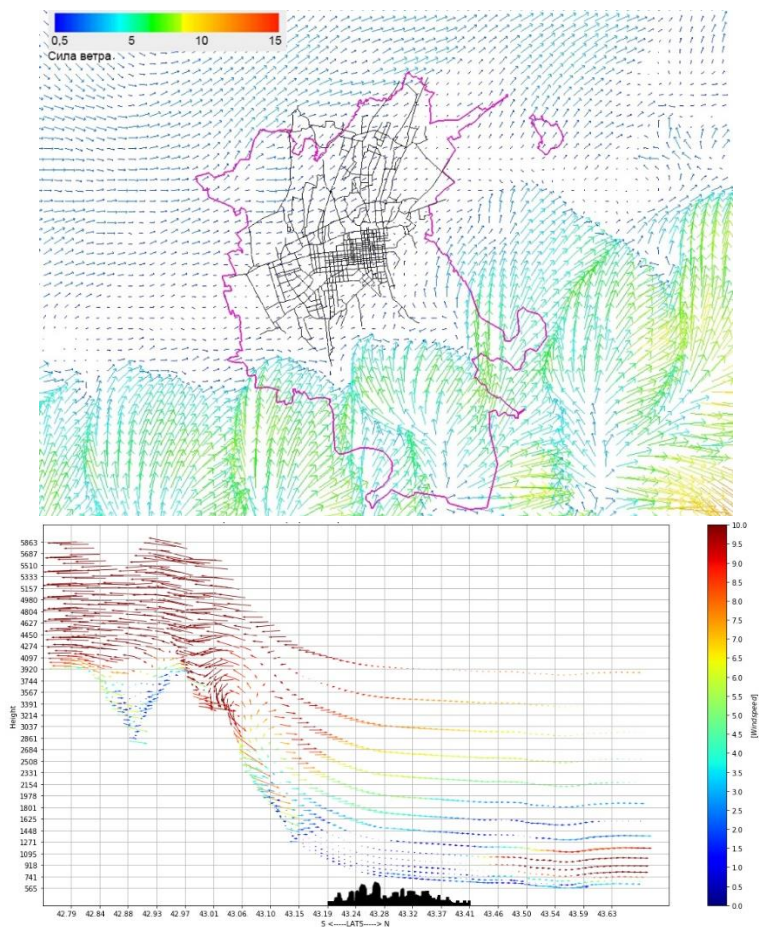


Рис. 1. Результаты расчетов по модели WRF: горизонтальный (а) и вертикальный (б) разрезы поля ветра за 26 января 2016 г. 00:00.

**Формирование пакета возможных метеоситуаций.** Статистику возможных метеоситуаций в атмосфере города можно накопить, численно решая ряд прямых задач на базе пакета метеорологических данных, содержащихся в мировых базах данных ERA-Interim, ERA5, GFS и др.

Сформулируем задачу набора статистики в терминах теории множеств. С этой целью введем математическое понятие множества метеоситуаций в виде многомерного домена:

$$D\{d_{ijkl}^n | n = 1, 2, 3 \dots N\}, \quad (3)$$

где  $n$  – индекс, определяющий порядковый номер метеоситуации,  $N$  – максимальное число метеоситуаций. Важно подчеркнуть, что выбор метеоситуации осуществляется по данным синоптического масштаба или используются метеополя более мелкого масштаба, если они представлены в мировых базах данных.

Суммируя вышесказанное, выпишем процедуру формирования множества метеоситуаций в масштабе воздушного бассейна города в виде ряда параллельных операции:

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{D}_1 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^1 \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_2 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^1 \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_3 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^1 \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_4 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^1 \} \\
 & \mathbf{D}_1 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^2 \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_2 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^2 \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_3 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^2 \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_4 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^2 \} \\
 & \mathbf{D}_1 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^3 \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_2 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^3 \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_3 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^3 \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_4 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^3 \} \\
 & \dots \\
 & \mathbf{D}_1 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^N \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_2 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^N \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_3 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^N \} \xrightarrow{WRF} \mathbf{D}_4 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^N \}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Пусть множество  $\mathbf{D}_4 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^n \mid n = 1, 2, 3 \dots N \}$  составляет искомый пакет возможных метеоситуаций, но следует иметь в виду, что в зависимости размера расчетной области и требуемой детализации для городской системы может быть выбран мезометеорологический масштаб, т.е. домен  $\mathbf{D}_3$ .

**Моделирование загрязнения атмосферы города.** На первом этапе построения вероятностной модели необходимо выполнить множественные расчеты возможных экологических состояний атмосферы города, опираясь на пакет метеоситуаций  $\mathbf{D}_4 \{ \mathbf{d}_{ijkl}^n \mid n = 1, 2, 3 \dots N \}$ . Согласно поставленной задаче, будем считать совокупность концентраций в атмосфере выбрасываемых загрязняющих веществ показателем экологического состояния городского воздуха. Для расчета их распространения и трансформации будем использовать модель, совместимую с метеорологической моделью атмосферы WRF.

В рамках проекта WRF разработаны эйлеровы (WRF CHEM) [6], лагранжевые (WRF STILT) [7, 5] и гибридные (WRF HYSPLIT) [10] модели. Для точечных источников, каковыми являются предприятия теплоэнергетики, наиболее часто используется модель HYSPLIT (Hybrid Single Particle Lagrangial Integrated Trajectory Model). В пользу этой модели в данной работе говорит тот факт, что имеется возможность выполнить расчет переноса, турбулентного рассеяния и химической трансформации выбра-

сываемых веществ на фоне заданных полей метеозлементов. Следовательно, наиболее сложные и трудоемкие расчеты по формированию пакета метеоситуаций можно выполнить один раз и далее накапливать статистику, рассчитывая различные варианты загрязнения атмосферы с помощью модели HYSPLIT.

Формирование пакета возможных экологических ситуаций, распределенных в пространстве и во времени, в общем случае можно выразить в следующем виде:

$$\{D_4, Q, C_0\} \xrightarrow{HYSPLIT} C\{c_{ijkl}^n\}, \quad (5)$$

где  $C$  – множество, каждый элемент которого  $c_{ijkl}^n$  является совокупностью концентраций ингредиентов в ячейке пространственной сетки  $(ijk)$  в момент времени  $l$  метеоситуации  $n$ ,  $Q$  – мощность выбросов загрязняющих веществ,  $C_0$  – начальное поле концентраций примеси.

Инфраструктура города включает, как правило, десятки предприятий теплоэнергетики, включая общегородские и районные системы теплоснабжения. Формально выбросы множество этих источников можно представить в виде:

$$Q \{ q_r (x_r, y_r, z_r | r = \overline{1, R}), \quad (6)$$

где  $q_r$  – мощность  $r$ -го источника,  $x_r, y_r, z_r$  – координаты  $r$ -го источника,  $R$  – количество рассматриваемых источников. В сеточной области координаты можно представить через индексы (например,  $x_r = i_r \Delta x$ ), но, избегая использование «двухэтажных» индексов, оставим физические координаты. В выражении (6) опущены для удобства также индексы, идентифицирующие конкретный ингредиент в суммарном выбросе. Но при реализации расчетного метода конкретизация состава выбрасываемых загрязняющих веществ обязательна.

Предприятия теплоэнергетики работают в непрерывном режиме с возможными суточными и сезонными колебаниями мощности выбросов. Начальное условие  $C_0$  определим путем замены непрерывного источника на импульсный с условием сохранения массы и состава выбрасываемого вещества. Предположим при этом, что время пребывания порции выбрасываемого вещества в воздушном бассейне города не превышает  $\theta$  (для города Алматы  $\theta$  оценивается в 7-8 часов [3]).

Разобьем на  $P$  отрезков период  $\theta$ , предшествующий начальному моменту расчета загрязнения атмосферы. Обозначим через  $E_p$  мощность мгно-

венного выброса на  $p$ -ом отрезке ( $p = 1, 2, 3 \dots P$ ) и  $D_\theta$  - совокупность метеополей в период  $\theta$ . Тогда процедуру расчета переноса этого выброса можно формально представить в виде операции:

$$\{E_p, D_\theta\} \xrightarrow{HYSPLIT} C_p, \quad (7)$$

где  $C_p$  – поле загрязнения атмосферы мгновенным выбросом на  $p$ -ом отрезке. В итоге начальное поле рассчитывается простым суммированием:

$$C_0 = \sum_{p=0}^P C_p. \quad (8)$$

Если непрерывный источник заменить импульсными для всего расчетного периода, то тогда достаточно сдвинуть начало расчета на время  $\theta$  и начинать с нулевого поля загрязняющих веществ.

Пробные расчеты применительно к задаче шлейфа сернистого ангидрида от ТЭЦ-2 города Алматы (рис. 2) показали эффективность и быстродействие этой модели.

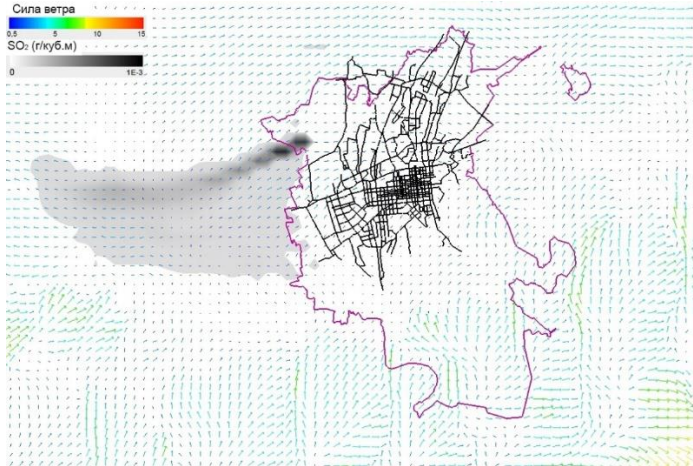


Рис. 2. Поле загрязнения в приземном слое на 25.01.2016 09:30 (время местное), источник – ТЭЦ-2, загрязняющее вещество –  $SO_2$ .

**Вероятностная модель загрязнения атмосферы.** Дальнейший анализ будем выполнять, используя понятие карты. С этой целью наложим на заданную территорию плоскую сетку с ячейками  $g_{ij}$ , т.е. конечное множество:

$$G\{g_{ij} \mid i = \overline{1, I}; j = \overline{1, J}\}, \quad (9)$$

элементы которого покрывают всю территорию без разрывов и пересечений. Введем далее понятие карты как множество объектов на карте:

$$M\{m_{ij} \mid i = \overline{1, I}; j = \overline{1, J}\}, \quad (10)$$

где  $m_{ij}$  – параметр или набор параметров, сцепленный с указанной ячейкой. В картографии для этого набора используется термин «нагрузка». Например, инфраструктура города, сельскохозяйственные угодья, рельеф и т.п. – это нагрузки на карту.

Если в качестве нагрузки выбрать загрязнение атмосферы города, то множество  $C$ , рассчитанное по алгоритму (5), представляет собой набор карт:

$$C = \{(c_{ij})_{kl}^n | k = \overline{1, K}; l = \overline{1, L}; n = \overline{1, N}\}. \quad (11)$$

Выражение (11) идентифицирует множество многослойных карт, каждый слой содержит распределение концентрации какого-либо ингредиента из всей совокупности выбрасываемых и химически трансформированных веществ. Чтобы не усложнять последующие выкладки, будем оперировать одним ингредиентом (например, двуокисью серы  $SO_2$ ) и заменим обозначение  $C$  и  $c_{ij}$  на  $C$  и  $c_{ij}$  (не жирные) соответственно.

При дальнейшем анализе ограничимся приземным слоем атмосферы, где осуществляется основная деятельность человека. Положим, что этот слой соответствует индексу  $k = 1$ , и опустим этот индекс во всех формулах, т.е.

$$(c_{ij})_{k=1,l}^n \equiv (c_{ij})_l^n$$

Отметим далее, что токсичные вещества оказывают вредное воздействие в любой момент пребывания в приземном слое городской атмосферы. Поэтому в статистический пакет включим карты всех метеоситуаций (индекс  $n$ ) со всеми их временными слоям (индекс  $l$ ). При этом примем, что в задаче риска эти карты равнозначны независимо от порядка перебора указанных индексов. На базе этих индексов введем множество испытаний (элементарных исходов):

$$\Omega = \{\omega | \omega = 1, 2, 3 \dots S\} \text{ где } S = |L \times N| \quad (12)$$

и множество карт – результатов этих испытаний:

$$C = \{c_{ij}(\omega) | \omega = \overline{1, S}\}. \quad (13)$$

Отметим, что основанием для (13) является равенство:

$$(c_{ij})_l^n = c_{ij}(\omega), \omega \in \Omega.$$

Для построения карты риска загрязнения приземного слоя атмосферы рассмотрим отдельную ячейку  $g_{ij}$  сетки  $G$ , заданной в (10). Предположим, что для любого  $\omega \in \Omega$  в ячейке  $g_{ij}$  рассчитана концентрация вещества  $c_{ij}(\omega)$ .



Введем некую шкалу на интервале возможных изменений концентрации рассматриваемого ЗВ, т.е. разобьем ее на равные отрезки с шагом  $\Delta c$ , пронумеруем их и далее рассмотрим некий  $r$ -й участок:

$$[r\Delta c, (r + 1)\Delta c) \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

Пусть из всего множества испытаний  $S \in \Omega$  успешными оказались  $S_+$  испытаний, т.е. их результаты попали в  $r$ -й участок и образовали множество:

$$c_{ij}^s (s = \overline{1, S_+}) = c_{ij}(\omega) \in [r\Delta c, (r + 1)\Delta c).$$

Для определения математического ожидания, связанного с ячейкой  $g_{ij}$ , построим на множестве  $\Omega$  две функции: функцию случайной величины  $\xi(\omega)$  и вероятностную функцию  $P(\omega)$ :

$$\xi_{ij}: \Omega \rightarrow R \quad (14)$$

$$P_{ij}: \Omega \rightarrow R \quad (15)$$

$$\xi_{ij}(\omega) = \mathbf{E} [c_{ij}^s] \quad (16)$$

$$P_{ij}(\omega) = S_+/S \quad (17)$$

Здесь принято, что все результаты (т.е. значения концентрации ЗВ) в пределах  $r$ -го интервала имеют одинаковую вероятность  $P_{ij}(\omega)$  и, соответственно, операция математического ожидания в выражении (16) является расчетом средне арифметической величины.

Отметим, что пара  $(\Omega, P_{ij})$  составляет вероятностное пространство, связанное с ячейкой  $g_{ij}$ .

Выберем в качестве меры риска в ячейке  $g_{ij}$  математическое ожидание случайной величины  $\xi_{ij}$ :

$$R_{ij} = \mathbf{E}[\xi_{ij}] = \sum_{\omega \in \Omega} \xi_{ij}(\omega) P_{ij}(\omega). \quad (18)$$

Объединяя меры рисков во всех ячейках в одно множество:

$$\mathbf{R} = \cup_{i=1}^I \cup_{j=1}^J \mathbf{E}[\xi_{ij}], \quad (19)$$

получим искомую карту риска загрязнения атмосферы:

$$\mathbf{R}\{R_{ij} \mid i = \overline{1, I}; j = \overline{1, J}\}. \quad (20)$$

Если наложить на случайную функцию  $\xi_{ij}(\omega)$  дополнительное условие

$$\xi_{ij}(\omega) \geq \text{СН},$$

то выражение (20) определит карту риска превышения санитарной нормы СН. За санитарную норму в зависимости от поставленной задачи можно

принять предельно допустимую концентрацию (ПДК), референтную норму (РН) или любой другой стандарт.

Иллюстрацией изложенной методики является рис. 3, где для ясности в качестве случайной величины указана концентрация загрязняющего вещества.

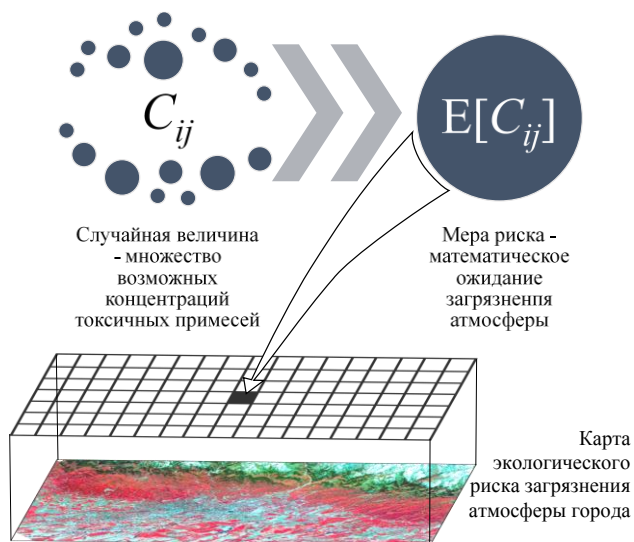


Рис. 3. Схема рискованного картирования загрязнения атмосферы города.

Математическое ожидание не характеризует неопределенность состояния окружающей среды, оно определяет только взвешенное среднее значение случайной величины. Эту неопределенность можно оценить, вычисляя в каждой ячейке дисперсию случайной величины:

$$\text{Var}[\xi_{ij}] = E[(\xi_{ij} - E[\xi_{ij}])^2] \quad (21)$$

и объединяя эти значения в единую карту дисперсии:

$$\text{Var}\{\text{Var}[\xi_{ij}] \mid i = \overline{1, I}; j = \overline{1, J}\}. \quad (22)$$

Совместный анализ карт риска (20) и дисперсии (22) дает возможность оценить риски загрязнения атмосферы и определить неопределенность (возможную погрешность) этой оценки.

**Заключение.** Излагаемая в данной статье методика легла в основу проекта «Риск-анализ влияния предприятий теплоэнергетики на загрязнение воздушного бассейна города (на примере г. Алматы)». Ее реализация потребует выполнения целой серии работ по моделированию атмосферных процессов. Остановимся на основных моментах планируемой работы.

Наиболее серьезной проблемой является адаптация (настройка) моделей вычислительного комплекса WRF к очень сложным условиям атмосферы города Алматы. Речь идет о выборе наиболее эффективных процедур параметризации процессов в планетарном пограничном слое и на границе между подстилающей поверхностью и атмосферой.

Далее, модель WRF необходимо использовать для формирования пакета штилевых и близких к штилевым метеоситуациям, способствующих накоплению загрязняющих веществ в атмосфере города. При этом эти метеоситуации могут отвечать различным синоптическим условиям – отрог Сибирского антициклона, малоградиентное поле повышенного давления и др.

Модели семейства WRF по переносу, рассеянию и химической трансформации загрязняющих веществ также необходимо приспособлять к поставленной задаче, включая краевые условия и кинетику химических реакций, которые протекают в воздушном бассейне города.

Необходимость множественного расчета прямых задач для набора статистики диктует ограничения по скорости расчета и заполнению дискового пространства. Вероятно, оптимальный вариант – это единожды сформировать пакет метеоситуаций и дальнейшие эпизоды загрязнения атмосферы рассчитывать на фоне уже известных полей метеоэлементов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гандин Л.С. Объективный анализ метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат, 1963. – 287 с.
2. Закарин Э.А., Балакай Л.А., Бостанбеков К.А., Дедова Т.В., Ким Д.К., Кобегенова С.С., Миркаримова Б.М., Нурсеитов Д.Б. Моделирование экологических рисков при нефтяном загрязнении акватории Северо-Восточного Каспия. – Алматы: Курсив, 2016. – 256 с.
3. Климат Алма-Аты / под ред. Ахметжанова Х.А., Швер И.А. – Л.: Гидрометеиздат, 1986. – 266 с.
4. Хромов С.П., Петросянц М.А. Метеорология и Климатология. Учебник. – М.: Изд. МГУ, 2001. – 527 с.
5. Arnold D, Morton D., Schicker I., Seibert P., Rotach M.W., Horvath K., Dudhia J., Satomura T., Müller M., Zängl G., Takemi T., Serafin S., Schmidli J., Schneider S. Issues in high-resolution atmospheric modeling in complex topography—the HiRCoT workshop // *Croat Meteorol J.* – 2012. –Vol. 47. – P. 3-11.

6. Grell G.A., Peckham S.E., McKeen S., Schmitz R., Frost G., Skamarock W.C., Eder B. Fully coupled “online” chemistry within the WRF model // *Atmosph. Env.* – 2005. – Vol. 39. – P. 6957-6975.
7. Nehrkorn T., Eluszkiewicz J., Wofsy S.C., Lin J.C., Gerbig C., Longo M., Freitas S. Coupled Weather Research and Forecasting–Stochastic Time-Inverted Lagrangian Transport (WRF-STILT) model // *Meteor. Atmos. Phys.* – 2010. – Vol. 107. – P. 51-64.
8. Nehrkorn T., Henderson J., Leidner M., Mountain M., Eluszkiewicz J. WRF Simulations of the Urban Circulation in the Salt Lake City Area for CO<sub>2</sub> Modeling // *Journal Of Applied Meteorology And Climatology.* – 2012. – Vol. 52. – P. 323-340.
9. Skamarock W.C., and Klemp J.B. A time-split nonhydrostatic atmospheric model for Weather Research and Forecasting applications // *J. Comput. Phys.* – 2008. – Vol. 227. – P. 3465–3485.
10. Stein A.F., Draxler R.R, Rolph G.D., Stunder B.J.B., Cohen M.D., Ngan F. NOAA’s HYSPLIT atmospheric transport and dispersion modeling system // *Bull. Amer. Meteor. Soc.* – 2015. –Vol. 96. – P. 2059-2077.
11. Tsyrlunikov M.D., Svirenko P.I. A covariance model based on 3-D spatial filters: potential for flowdependent covariance modeling // *Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling.* – WMO, 2007. – Rep. N 35. – P. 1.39–1.40.
12. Uppala S., and coauthors The ERA-40 Re-Analysis // *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* – 2005. – Vol. 131. – P. 2961-3012.
13. Zakarin E.A., Kim D.K. A Stochastic Model of Biota Damage in the Case of Accidental Pollution of Environment // *Journal of Applied and Industrial Mathematics.* – 2014. – Vol. 8, No. 1. – P. 143-151.

Поступила 23.07.2019

Техн. ғылымд. докторы  
Техн. ғылымд. кандидаты  
PhD  
Техн. ғылымд. кандидаты

Э.А. Закарин  
Л.А. Балакай  
К.А. Бостанбеков  
Т.В. Дедова  
Р.А. Жетписов

## ҚАЛАНЫҢ АУА АЛАБЫ ЛАСТАНУЫНЫҢ ҚАУІП-ҚАТЕРІН МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ

**Түйін сөздер:** математикалық модельдеу, экологиялық қауіп-қатерлер, қала атмосферасының ластануы, WRF, HYSPLIT, стохастикалық модель.

*Нүктелік көздерінен (мысалы, жылу электр станцияларының құбырлары) қала атмосферасының ластану қауіп-қатер картасын жасау әдістемесі ұсынылған. Әдіс метеорология мен экология (атмосфераның ластануы) есептерін тікелей шешу арқылы статистика жинақтауға негізделген. Сонымен бірге, Алматы қаласының жағдайына бейімделген WRF және HYSPLIT модельдерін пайдалану қарастырылған және осы модельдер бойынша есептеулер мысалдары келтірілген. Стохастикалық моделінің алгоритмі GRID картасының әрбір ұяшығында математикалық күтім және дисперсия түрінде қауіп-қатер өлшемін есептеуді қамтиды.*

E.A. Zakarin, L.A. Balakay, K.A. Bostanbekov, T.V. Dedova,  
R.A. Zhetpissov

## MATHEMATICAL MODELING OF THE CITY AIR POLLUTION RISKS

**Keywords:** mathematical modeling, environmental risks, city atmosphere pollution, WRF, HYSPLIT, stochastic model.

*The technique of risk mapping of city atmospheric pollution by point sources (for example, pipes of thermal power plants) is proposed. The method is based on a set of statistics by solving direct problems of meteorology and ecology (air pollution). At the same time, the use of WRF and HYSPLIT models adapted to the conditions of the city of Almaty is provided for, and examples of calculations for these models are given. The algorithm of the stochastic model includes the calculation of risk measures in the form of the expectation and dispersion in each GRID cell.*