УДК 330.111.4

РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ СИСТЕМ ПРИ ОЦЕНКЕ СОСТОЯНИЯ РЕЧНЫХ ЭКОСИСТЕМ

Доктор техн. наук М.Ж. Бурлибаев
Д.М. Бурлибаева
Доктор геогр. наук А.А. Волчек
Ан.А. Волчек

В данной статье рассматриваются вопросы и проблемы надежности водохозяйственных систем для целей предотвращения или минимизации их воздействия на водные экосистемы. Предлагаются методы по определению надежности водохозяйственных систем.

В современных условиях под *эксплуатационной надёжностью водохозяйственной системы* понимают способность выполнять возложенные на неё функции с сохранением заданных параметров в течение определённого интервала времени в ожидаемых условиях эксплуатации.

Для определения количественных показателей надёжности используют статистические методы, основанные на теории вероятностей и математической статистике.

При установлении показателя надёжности систем различают восстанавливаемые и невосстанавливаемые элементы.

Для оценки надёжности невосстанавливаемых элементов, вероятность того, что в пределах заданной продолжительности работы объекта отказа не произойдёт, запишется так:

$$P(t) = Вер\ (T > t), \tag{1}$$

где T – время от начала эксплуатации элемента до его отказа, t – заданное время работы.

Анализируя уравнение (1), можно заметить, что $0 < P(t) < l$; $P(0) = l$; $P(\infty) = 0$. Очевидно, что характер изменения $P(t)$ во времени зависит от свойств элементов (подсистем) систем и законов распределения отказов. Вероятность безотказной работы по данным статистических исследований оценивается зависимостью

$$P_{cm}(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \tag{2}$$

где N – число однородных наблюдаемых элементов; n – число элементов, отказавших за время работы.

Когда количество наблюдаемых элементов N стремится к бесконечности, статистическая оценка $P_{cm}(t)$ приближается к $P(t)$. Вероятность отказа определяется интегральным законом распределения времени работы до отказа

$$\left.\begin{aligned} &Q(t) = F(t) \quad \text{или} \\ &Q(t) = 1 - P(t) = \frac{n(t)}{N}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Плотность распределения времени отказов

$$\varphi(t) = \frac{dF}{dt}; \tag{4}$$

$$\varphi(t) = -\frac{dP}{dt}; \tag{5}$$

$$Q(t) = \int_0^t \varphi(t)dt; \qquad P(t) = 1 - \int_0^t \varphi(t)dt. \tag{6}$$

Вероятность возникновения отказа невосстанавливаемого элемента, которая определяется для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не велик, называется *интенсивностью отказа*. Статистически интенсивность отказа определяется по формуле

$$\lambda_{cm}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N\Delta t}, \tag{7}$$

где n – число отказавших элементов в интервале Δt; N – среднее число элементов, исправно работающих в интервале Δt.

Таким образом, число отказавших элементов

$$n(\Delta t) = N(t) - N(t + \Delta t) = N_0\left[P(t) - P(t + \Delta t)\right]. \tag{8}$$

Внеся (8) в (7), имеем

$$\lambda(t) = \frac{N_0\left[P(t) - P(t + \Delta t)\right]}{N\Delta t}; \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{\Delta t \to 0} \frac{N}{N_0} = P(t); \\ &\lambda(t) = -\frac{\frac{dP(t)}{dt}}{P(t)} = \frac{P'(t)}{P(t)}, \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

но так как

$$\varphi(t) = -\frac{dP(t)}{dt}, \tag{11}$$

то

$$\lambda(t) = \frac{-P'(t)}{P(t)} = \frac{\varphi(t)}{P(t)}. \tag{12}$$

После интегрирования (12) получили одну из важнейших зависимостей теории надёжности

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^t \lambda(t)dt = -\ln P(t), \\ &P(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Наработка – средняя продолжительность работы элемента системы – определяется по данным статистических наблюдений

$$T_{0_{cm}}(t) = \sum_{l}^{N} \frac{t_l}{N}, \tag{14}$$

где $t_1, t_2, \ldots, t_N$ – время до отказа каждого из N объектов.

Учитывая, что средняя наработка до отказа есть математическое ожидание, наработка до первого отказа будет

$$T_0 = \int_0^\infty t \cdot \varphi(t)dt = -t \cdot P(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty P(t)dt\,. \tag{15}$$

Когда $t = 0$, $P(0) = 1$, $t = \infty$, $P(\infty) = 0$, будем иметь

$$T_0 = \int_0^\infty P(t)dt \tag{16}$$

или

$$T_0 = \int_0^\infty \exp(-\lambda t)dt, \tag{17}$$

$$\lambda(t) = const\,;\ T_0 = 1/\lambda\,;\ P(t) = \exp(-t/T_0). \tag{18}$$

Когда элементы высоконадёжны, тогда

$$P(t) = 1 - \lambda \cdot t\,; \tag{19}$$

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^{r} N_i \cdot \lambda_i\,, \tag{20}$$

где N_i – число однотипных элементов; r – число групп однотипных элементов.

К восстановительным элементам, работоспособность которых можно восстанавливать в процессе эксплуатации. Характеристиками безотказности восстанавливаемых элементов систем служат параметр потока отказов, наработка на отказ и вероятность безотказной работы.

Потоком отказов называется последовательность отказов, происходящих в случайные моменты времени один за другим.

Среднее число отказов восстанавливаемого элемента в единицу времени, взятое для рассматриваемого периода, называется параметром потока отказов

$$\omega(t) = \frac{\sum_{1}^{N} n_i \cdot (t + \Delta t) - \sum_{1}^{N} n_i (t)}{N \cdot \Delta t}. \tag{21}$$

Для простейших потоков отказов параметр потока отказов совпадает с интенсивностью отказов, т.е. $\omega(t) = \lambda(t)$.

Наработкой на отказ являются отношение наработки элемента к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки.

Наработка на отказ по данным статистических наблюдений

$$T_{0_{cm}} = \sum_{l}^{N} \frac{t_i}{n}. \tag{22}$$

Когда рассматривается N узлов, то

$$T_{0_{cm}} = \frac{1}{N} \sum_{l}^{n} \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} t_i. \tag{23}$$

Вероятность безотказной работы восстанавливаемых элементов есть вероятность того, что в пределах заданной наработки отказа не произойдет, или вероятность того, что элемент в любой момент времени находится в работоспособном состоянии.

В произвольный период работы $(t,\ t + \Delta t)$ восстанавливаемый элемент будет в работоспособном состоянии в конце интервала Δt при выполнении только двух несовместимых событий: I – когда элемент работоспособен в момент t и за интервал Δt не откажет, II – когда элемент к моменту t вышел из строя – отказал, но за интервал Δt восстановлен.

Вероятность этих событий определяется следующими зависимостями:

$$\left.\begin{aligned} P(t, t + \Delta t) &= P(t) \cdot \exp(-\lambda \cdot \Delta t), \\ P(t, t + \Delta t) &= [1 - P(t)] \cdot [1 - \exp(-\mu \cdot \Delta t)], \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

где μ – параметр восстановления, $\mu = \frac{\ell}{t_в}$, $t_в$ – время восстановления.

Вероятность застать ремонтируемый элемент в работоспособном состоянии в любой момент времени будет

$$P_r(t) = \frac{M}{\lambda + M} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \cdot \exp(-(\lambda + \mu)t)\,. \qquad (25)$$

Для восстанавливаемого элемента вероятность застать элемент в работоспособном состоянии устанавливают по формуле

$$P(t) = \exp(-\lambda \cdot t). \qquad (26)$$

Из уравнения (26) следует, что когда t = 0, $P_r(t) = \ell$, при $t \to \infty$ $P_r(t) = \dfrac{M}{M + \lambda}$. Следовательно, вероятность безотказной работы восстанавливаемого элемента выше, чем невосстанавливаемого. Чем меньше время, тем больше вероятность безотказной работы.

Установлено, что дренажная линия имеет экспоненциальное распределение наработки до отказа. Требуется определить среднюю наработку системы до отказа T_0 при условии, чтобы вероятность её безотказной работы была не менее 0,995 в течение 0,10 года.

Вероятность безотказной работы системы, согласно формуле (18),

$$P(t) = \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) = \exp\left(\frac{-0{,}1}{t_{cp}}\right) \geq 0{,}995\,;$$

отсюда $-\dfrac{0{,}1}{t_{cp}} \geq \ln 0{,}995 = -0{,}0049 \quad t_{cp} \geq \dfrac{0{,}1}{0{,}0049} \approx 20{,}4$ года.

Приближённо вероятность безотказной работы можно оценить следующим образом:

$P(t) \approx 1 - \dfrac{t}{T_0} = 1 - \dfrac{0{,}1}{T_0} \geq 0{,}995;\ T_0 \geq \dfrac{0{,}1}{0{,}005} = 20$ лет.

В системах часто сочетаются параллельное и последовательное соединение элементов. При допущении последовательного соединения, надёжность осушительной системы устанавливают по зависимости

$$P_{oc}(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t) \ldots P_i(t) \ldots P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t), \qquad (27)$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента.

При анализе надёжности $P_1(t) \ldots P_n(t)$ рассматриваются как статистически независимые. Используя интенсивность отказов λ, вероятность безотказной работы можно представить в общем виде

$$P_{oc}(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_1(t)dt\right)\cdot\exp\left(-\int_0^t \lambda_2(t)dt\right)\cdot\ldots\cdot\exp\left(-\int_0^t \lambda_n(t)dt\right). \quad (28)$$

Записанное в таком виде выражение для $P_{oc}(t)$ позволяет вычислить вероятность безотказной работы при любом виде закона $\lambda_1(t)$, т.е. на всех этапах эксплуатации.

Факторы, влияющие на интенсивность выхода из строя объектов систем, можно разделить на две основные группы: управляемые и неуправляемые. Анализ данных эксплуатации показывает долю «вклада» каждого из этих объектов. Различным будет и их «вклад» в кинетику растрачивания долговечности системы.

Учитывая случайную природу как безотказности, так и факторов, обусловливающих сопротивляемость и нагрузку, целесообразно задачу о надёжности объекта или его элемента решать с вероятностной позиции. Вероятность безотказной работы объекта при случайной природе напряжения нагрузки P и сопротивляемости R выражается следующей зависимостью

$$P_n = P(R > P) = P(R - P) > 0. \quad (29)$$

Зависимость между надёжностью P_n и риском Q будет

$$P_n + Q = 1. \quad (30)$$

Пересечение кривых нагрузки и сопротивляемости (рис. 1) указывает на взаимодействие двух вероятных процессов. Надёжность является вероятностью того, что сопротивление больше нагрузки при всех возможных её значениях

$$\left.\begin{aligned} P_n &= \int_0^\infty f_R(R)\left[\int_0^R f_P(P)dP\right]dR, \\ P_n &= \int_0^\infty f_P(P)\left[\int_0^\infty f_R(R)dR\right]dP, \end{aligned}\right\}, \quad (31)$$

$$Q = \int_0^\infty f_R(R)\cdot\left[\int_0^\infty f_P(P)dP\right]dR\,, \quad (32)$$

где f_R и f_P – функции распределения плотности вероятности сопротивляемости и нагрузки.

В общем случае пересечение кривых нагрузки и сопротивления при всех возможных значениях этих факторов характеризует надёжность, т.е. вероятность безотказной работы – вероятность не превышения случайного значения нагрузки P, случайного значения сопротивления R (рис. 1).

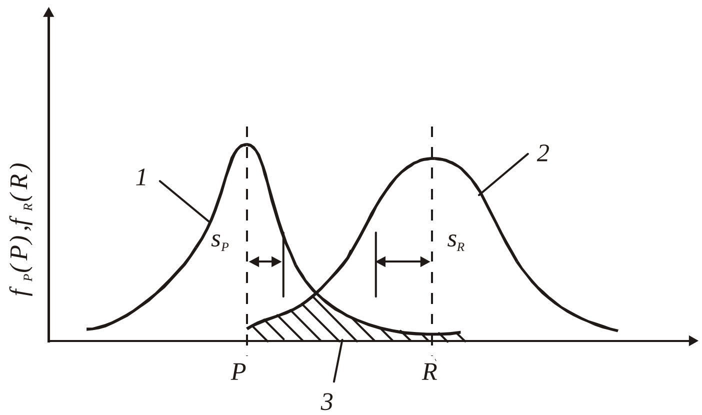

Рис. 1. Покрытие распределений нагрузки fP(P) (1) и сопротивления fR(R) (2), 3 – область перекрытия.

Так как в большинстве случаев нагрузка и сопротивляемость определяются совокупностью большого числа возмущений, можно принимать их распределёнными по нормальному закону Гаусса.

При таких допущениях и знании значений математических ожиданий $M_{\bar{P}}$ и $M_{\bar{R}}$ и среднеквадратических отклонений σ_P, σ_R вероятность безотказной работы выражают зависимостью

$$P_н = \Phi\left[\frac{M_{\bar{R}} - M_{\bar{P}}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_P^2}}\right], \tag{33}$$

где *Ф* – табулированная функция нормального распределения.

Аналогично, если *P* и *R* описываются логарифмически нормальными кривыми и известны коэффициенты вариации ν_P, ν_R, то $P_н$ можно выразить:

$$P_н = \varPhi\left[\frac{\ln\left(\frac{M_{\bar{R}}}{M_{\bar{P}}}\cdot\sqrt{\frac{1+\nu_P^2}{1+\nu_R^2}}\right)}{\sqrt{\ln\left(1+\nu_P^2\right)\cdot\left(1+\nu_R^2\right)}}\right]. \tag{34}$$

Когда безотказность работы объекта можно представить обобщённым параметром *U*, условие безотказности определяется как

$$Вер\left\{U_{кр} - U_э = U > 0\right\} \tag{35}$$

где $U_{кр}$ – критическое значение определяющего параметра *U*, при котором элемент выходит из строя – отказывает в работе; $U_э$ – эксплуатационное значение определяющего параметра, при котором элемент работает нормально.

Обобщенным определяющим параметром может быть: высота подъёма грунтовых вод, скорость течения потока, глубина размыва, интенсивность размыва берегов и т.д. При случайных значениях *U* и рассмотрении «слабого звена» вероятность безотказной работы можно представить в виде

$$P = Вер\{U_{кр} - U_{э} = U > 0\} = \int_0^U f(U)dU\,. \tag{36}$$

При нормальном законе распределения вероятностей безотказной работы, надёжность можно вычислить с помощью

$$P_H = \Phi(H) = \Phi\left(\frac{U_{кр} - U_{э}}{\sqrt{\sigma^2_{U_{кр}} + \sigma^2_{U_{э}} - 2\cdot\sigma_{U_{кр}}\cdot\sigma_{U_{э}}\cdot r_{U_{кр}}\cdot U_{э}}}\right). \tag{37}$$

Функция нормального распределения Лапласа – нечётная и имеет следующие свойства: $\Phi(0) = 0{,}5$; $\Phi(-x) = 1-\Phi(x)$. В тех случаях, когда логарифм значения случайной величины подчиняется нормальному распределению, справедлив логарифмически нормальный закон.

Функция Лапласа для этого закона определяется как

$$P_H = \Phi\left(\frac{l_y\cdot M_{\overline{R}} - l_y\cdot M_{\overline{P}}}{\sigma_0}\right), \tag{38}$$

математическое ожидание

$$m_R = m_0\cdot\exp(-2{,}65\sigma_0) \tag{39}$$

дисперсия

$$\sigma_R^2 = m_R^2\cdot\left[\left(\frac{m_R}{m_0}\right)^{1/2} - l\right], \tag{40}$$

а коэффициент вариации

$$\nu = \sqrt{\exp(-5{,}30\sigma_0^2)}\,. \tag{41}$$

Параметры: $\overline{U}_{кр}, \overline{U}_{э}, \sigma_{U_{кр}}, \sigma_{U_{э}}, r_{U_{кр}}, U_{э}$ – оценки средних значений, среднеквадратического отклонения, парного коэффициента корреляции случайных величин $U_{кр}$ и $U_{э}$. Чтобы получить эти показатели, необходимо знать расчётную детерминистическую формулу для вычисления критических значений обобщенного параметра.

Рассмотренные модели соответствуют случаю однократного приложения нагрузки. Когда нагрузка прикладывается неоднократно, а также изменяется характеристика как нагрузки, так и сопротивления, то мы имеем дело с динамическими моделями.

Выражение вероятности безотказной работы P_n при детерминированной продолжительности циклов в каждом из n последовательных циклов приложения нагрузки можно приравнивать к вероятности безотказной работы $P(t)$ в момент t, где t – непрерывная величина.

$$P(t) = P_n;\ t_n < t_i < t_{n+1};\ n = 1, 2, \ldots, \quad (42)$$

где t_i – момент времени, когда заканчивается i-й цикл.

Если нагрузка и сопротивление – постоянные величины, то

$$P_n = P_1 \cdot \left[E_1, E_2, ..., E_i, ..., E_n\right], \quad (43)$$

где P_n – вероятность безотказной работы после n циклов; E_i – событие, состоящее в том, что в i-м цикле отказа не происходит; P_1 – вероятность появления события.

Расчёт объектов осушительных систем следует проводить на стадии технического проектирования ориентировочным методом, который служит для предварительного выбора размеров и формы элементов. Метод полного расчёта предназначен для проверки и корректировки выбранных параметров элемента.

Процесс анализа и обеспечения надёжности объектов должен включать следующие этапы: постановка задачи, формулировка рабочей гипотезы; установление геометрических параметров объекта, а также параметров распределения; анализ характера и последствий отказов; выбор гидравлической модели и наиболее важного параметра, расчётных параметров; формулировка соотношений критических параметров и критериев, определяющих появление отказа; расчет нагрузки, определяющей появление отказов, и выбор распределения для неё; расчёт сопротивления, определяющего появление отказов, и выбор распределения для него; анализ неопределённости по каждой переменной; расчет показателя надёжности, связанного с этими распределениями; повторение работ по проектированию для обеспечения заданной надёжности; оптимизация параметров объекта по заданному параметру с учётом технико-экономических расчётов; повторение оптимизационных расчётов для каждого ответственного элемента объекта.

Расчёт надёжности проводящей сети. Канал представляет собой сложную систему взаимосвязанных элементов, обеспечивающих выполнение возложенных на него функций, - принимать воду вдоль пути и отводить её до следующего водовода. Надёжность канала рассматривается для многомерных условий безотказности с точки зрения надёжности последовательно соединённых статически независимых элементов.

При анализе надёжности канал делят на элементы. *Элементом* является составная часть системы, характеризующаяся входными и выходными параметрами. Параметры можно разделить на три вида: влияющие на работоспособность лишь самого элемента, но не канал в целом; влияющие на параметры всего канала; влияющие на работоспособность других элементов канала.

Наряду с надёжностью отдельных элементов на общую надёжность всего канала влияет их взаимосвязь и состояние. Каждый элемент, участвуя в рабочем процессе всего канала, испытывает воздействие со стороны соседних элементов. Степень воздействия обусловлена конструкцией, структурной схемой канала. Поэтому, наряду с надёжностью отдельных элементов, необходимо учитывать условие их взаимосвязи, которое следует выразить в виде функциональной зависимости для выходных параметров элементов. При этом необходимо учитывать многомерные условия безотказности.

Допустим, канал состоит из n элементов, между которыми имеется статистическая связь. За элемент принят участок канала, сооружение на нём и т.д. Каждый элемент характеризуется показателями надёжности и может находиться в одном из двух состояний – безотказности H_i и отказа H_j.

Между событиями H_i и H_j может быть корреляционная связь, которая определяется коэффициентом корреляции

$$\rho_{H_i H_j} = \frac{P(H_i \cap H_j) - P(H_i) \cdot P(H_j)}{\sqrt{P(H_i) \cdot P(H_j) \cdot (1 - P(H_i)) \cdot (1 - P(H_j))}}, \qquad (44)$$

где $P(H_i \cap H_j)$ – вероятность одновременного появления событий H_i и H_j; $P(H_i)$ – вероятность появления события H_i.

Обозначим функцию $y = y(\rho_{H_i H_j})$; $i = 1, 2, \ldots, n; j = 1, 2, \ldots, n$ для коэффициента корреляции между событиями H_i и H_j, когда элементы канала статистически независимы $\rho_{H_i H_j} = 0$ и $y = y(\rho_{H_i H_j}) = 0$ при $\rho_{H_i H_j} = 1$ элементы канала зависимы и $y = y(\rho_{H_i H_j}) = 1$

$$P(\cap H_i) = \mathit{\Pi}_1^n P(H_i) + \int_0^{\Im} \frac{\partial P(\cap H_i)}{\partial y} dy. \qquad (45)$$

Из (45) можно получить

$$\int_0^1 \frac{\partial P(\cap H_i)}{\partial y} dy = P_m - \mathit{\Pi}_1^n P(H_i) = A_0, \qquad (46)$$

$$\int_0^{\Im} \frac{\partial P(\cap H_i)}{\partial y} dy = A_0 - \int_0^1 \frac{\partial P(\cap H_i)}{\partial y} dy = A_0 \cdot K_n, \qquad (47)$$

где $P_m = \min P(H_i)$ – минимальное из значений P_i;

$$A_0 = P_m - \mathop{\mathit{\Pi}}_{1}^{n} P(H_i), \tag{48}$$

$$K_n = 1 - \frac{1}{A_0} \int_{\mathfrak{I}}^{1} \frac{\partial P(\bigcap H_i)}{\partial y} dy. \tag{49}$$

Коэффициент K_n, учитывающий статистическую взаимосвязь между отказами элементов канала, можно установить из зависимости

$$K_n = \frac{2}{\pi C} \cdot \sum \arcsin \rho_{H_i H_j}, \tag{50}$$

$$C = n(n-1)/2. \tag{51}$$

Из уравнений (45), (46), и (47) можно получить выражение вероятности безотказной работы канала

$$P = \mathop{\mathit{\Pi}}_{1}^{n} P_i + \left(P_m - \mathop{\mathit{\Pi}}_{1}^{n} P_i \right) \cdot K_n. \tag{52}$$

Когда статистическая связь отсутствует,

$$\rho_{H_i H_j} = 0,\ y = 0,\ K_n = 0 \text{ и } P = \mathop{\mathit{\Pi}}_{1}^{n} P_i, \tag{53}$$

т.е. значение общей надёжности всего канала равно произведению вероятностей безотказной работы отдельных элементов. Когда все элементы статистически зависимы, $\rho_{H_i H_j} = 1$, $y = 1$, $K_n = 1$,

$$P = P_m. \tag{54}$$

В этом случае вероятность безотказной работы канала определяется вероятностью безотказной работы самого не надёжного элемента. Вероятность того, что элементы канала не вызовут нарушения нормальных условий работы канала в целом, а значения всех параметров работоспособности в течение заданного времени будут удерживаться в установленных пределах, указанных в проекте или в технических условиях, называется вероятностью безотказной работы.

Основная задача расчёта и проектирования – выбор такой конструктивной схемы, которая обеспечит поддержание характеристик элементов в пределах допусков, гарантирующих выполнение возложенных функций. Когда в общем случае нагрузка становится равной сопротивлению, состояние канала является предельным. В отличие от этого состояния максимальное напряжение, которое может существовать в элементе при заданных расчётных условиях без разрушения, появления недопустимых деформаций, называют допустимо напряжённым. Поэтому надёжность канала в целом можно выразить соотношением областей допустимых значений выходных и фактических параметров. Выход за пределы предельных состояний квалифицируется как отказ. Допустимые значения, как правило, заданы. Например, это может быть необходимая пропускная способность, необходимая скорость и т. д. Для расчёта надёжности желательно также, чтобы было задано возможное изменение предельных значений, допустимый уровень.

Графически вероятность безотказной работы канала или его элемента можно интерпретировать как показано на рис.2. На нём нанесены установленные техническими условиями верхние $X^{\text{з}}_{\max}$ и нижние $X^{\text{з}}_{\min}$ значения X; *f(x)* – плотность распределения случайных значений *x*.

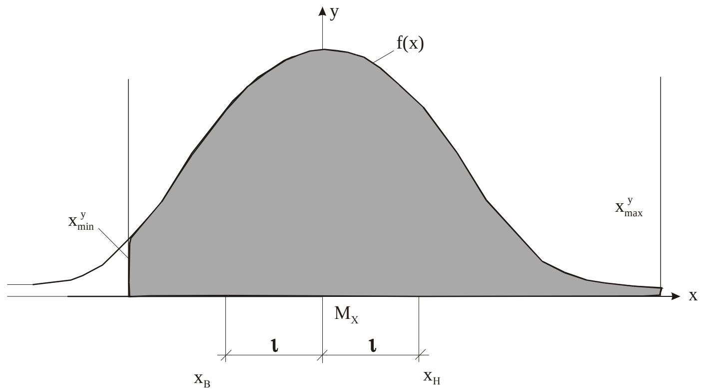

Рис. 2. Графическая интерпретация вероятности безотказной работы.

Вероятность того, что в канале параметр *x* не выйдет за пределы, установленные в технических условиях, определяется как вероятность

$$P(x) = Вер \cdot \left\{x^{\text{з}}_{\max} > x > x^{\text{з}}_{\min}\right\} = \int\limits_{x^{\text{з}}_{\min}}^{x^{\text{з}}_{\max}} f(x)dx = \int\limits_{-\infty}^{x^{\text{з}}_{\max}} f(x)dx - \int\limits_{-\infty}^{x^{\text{з}}_{\min}} f(x)dx . \qquad (55)$$

Таким образом, вероятность безотказной работы по параметру численно равна площади, заштрихованной под кривой *f(x)*.

Когда случайные значения *x* описываются нормальным законом распределения, вероятность безотказной работы канала по характеристике *x* выражается следующей зависимостью:

$$P(x) = \int\limits_{-\infty}^{x^{\text{з}}_{\max}} \frac{1}{\sigma_X \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - M(x)}{\sigma_X}\right)^2\right] dx - \int\limits_{-\infty}^{x^{\text{з}}_{\min}} \frac{1}{\sigma_X \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - M(x)}{\sigma_X}\right)^2\right] dx, \qquad (56)$$

где $M(x)$ и σ_x – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение величины *x* соответственно.

Уравнение (56) после несложных преобразований можно переписать следующим образом:

$$P(x) = \Phi\left(\frac{x_{max}^{З} - M(x)}{\sigma_X}\right) - \Phi\left(\frac{x_{min}^{З} - M(x)}{\sigma_X}\right), \tag{57}$$

где Φ – функция нормального распределения.

На практике часто возникает задача найти верхнюю $x_в$ и нижнюю $x_н$ границы распределения $x_в = M(x) + l$ *и* $x_H = M(x) - l$, между которыми случайные значения выходного параметра x совпадают с требуемой техническими условиями вероятностью *P(x)*. Когда в результате расчётов окажется, что $x_в < x_{\max}^{З}$ *и* $x_H > x_{\min}^{З}$ тогда требование технических условий по отношению к x выполняется не ниже заданной вероятности $P^{З}(x)$.

При заданном уровне $P^{З}(x)$ безотказной работы пределы $x_в$ и x_H или l/σ_X устанавливаются с помощью уравнения

$$P^{З}(x) = \Phi\left(\frac{x_в - M(x)}{\sigma_X}\right) - \Phi\left(\frac{x_H - M(x)}{\sigma_X}\right). \tag{58}$$

Это уравнение вследствие симметрии рассматриваемого распределения можно представить в виде

$$P^{З}(x) = 1 - 2\Phi\left[\frac{x_n - M(x)}{\sigma_X}\right] = 1 - 2\Phi\left[\frac{|l|}{\sigma_X}\right]. \tag{59}$$

Из этой зависимости имеем

$$\Phi\left[\frac{|l|}{\sigma_X}\right] = \frac{1 - P^{З}(x)}{2}. \tag{60}$$

Таблица нормальных функций позволяет установить значение l/σ_X, удовлетворяющее полученному равенству. Зная l, можно найти $x_в$ и x_H. При отсутствии данных наблюдений на аналогичных объектах параметры распределения *M(x)* и σ_x можно установить с помощью ограниченного числа испытаний или используя правило трёх сигм, и результаты отождествлять с истинными значениями при некоторой доверительной вероятности γ. Расчёт пределов $x_в$ и x_H на основе малого числа наблюдений проводят по формуле

$$x_в \approx \bar{x} + k \cdot \sigma_X'; \quad x_H \approx \bar{x} - \sigma_X', \tag{61}$$

где $k = k\left(P^{З}(x); \gamma, n\right)$ и называется толерантным множителем.

Например, при $\gamma = 0{,}9$ $P^{З}(x) = 0{,}95$ $n = 5$ значения k = 4; при n = 20 соответственно k = 33. Значение k сильно зависит от n и с увеличением числа наблюдений уменьшается.

При расчёте надёжности системы осушения условно могут быть разделены на объекты, надёжность которых обусловлена изменением пропускной способности и соотношением нагрузка-сопротивляемость.

Факторы, нарушающие нормальную работу объекта, называются *обобщённой нагрузкой*, а факторы, сопротивляющиеся этим нагрузкам, – *сопротивляемостью*. Проследим оценку безотказной работы канала по пропускной способности на примере.

Допустим, расчётом установлен предельный паводковый расход $Q = 10 \pm 1{,}0$ м^3/с. При этом принято, что ширина отводящего канала B = 10 м, средняя глубина H = 2 м, уклон $\Im$ = 0,002, коэффициент гидравлического сопротивления n = 0,025, среднеквадратическое отклонение: по ширине σ_B = 1 м, глубине σ_H = 0,2 м, уклону σ_I = 0,00002, коэффициенту гидравлического сопротивления σ_n = 0,0025.

Для установления необходимых данных воспользуемся информацией, полученной по результатам наблюдений на аналогичных объектах. При этом в качестве физической предпосылки в решении вопроса можно применять теорию подобия. При отсутствии данных наблюдений среднеквадратичные отклонения устанавливают по правилу трёх сигм. Правомочность этого приёма обосновывается тем, что любой параметр канала с достаточной точностью можно считать распределённым по нормальному закону, учитывая большое число возмущающих факторов, обуславливающих стохастическую природу параметров.

Требуется определить вероятность безотказной работы канала по пропускной способности. Отводимый с территории расход избыточных вод в случае равномерного движения, можно определить, при известном живом сечении (ω) и средней скорости (υ)

$$Q = \omega \cdot \upsilon. \tag{62}$$

Среднюю скорость находят по формуле Шези

$$\upsilon = C\sqrt{R \cdot \Im}\,, \tag{63}$$

где C – коэффициент Шези; R – гидравлический радиус; $\Im$ – гидравлический уклон.

Для определения коэффициента Шези (C) воспользуемся формулой

$$C=-\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{n}-\frac{\sqrt{g}}{0{,}13}\cdot(1-\lg R)\right]+\sqrt{\frac{1}{4}\cdot\left[\frac{1}{n}-\frac{g}{0{,}13}\cdot(1-\lg R)\right]+\frac{\sqrt{g}}{0{,}13}\cdot\left(\frac{1}{n}+\sqrt{g}\cdot\lg R\right)}\ . \quad (64)$$

Находим среднее значение пропускной способности

$$\overline{Q}=f\left(\overline{x}_1,\overline{x}_2,\overline{x}_3,\overline{x}_4\right),\quad \overline{Q}=\omega\cdot C\cdot\sqrt{R\cdot\Im}\ . \quad (65)$$

Гидравлический радиус выражают через живое сечение и смоченный периметр, определяются как $\omega=B\cdot H$; $R=\frac{B\cdot H}{B+2H}$; $Q=\sqrt{\frac{B^3\cdot H^3\cdot\Im}{B+2H}}\cdot C$.

Пропускная способность является случайной величиной, изменяющейся случайным образом под воздействием возмущающих факторов. Этим фактором свойственны случайные погрешности. Неопределённые параметры в общем случае не являются линейными во всем диапазоне изменения случайных аргументов, они могут оказаться линейными лишь в узком диапазоне их случайных изменений, в узких пределах. Используя линеаризацию, можно оценить сложное воздействие неопределённых факторов, обусловливающих пропускную способность канала. Необходимое для этого приёма математическое ожидание и его дисперсию устанавливают по зависимостям

$$M[Q]=\left(\overline{x}_1,\overline{x}_2,\ldots,\overline{x}_N\right)+\Delta_1+\Delta_2\ , \quad (66)$$

$$\sigma_{Q^2}=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_i}\right)^2_{X_j=\overline{X}_i}\cdot\sigma^2_{X_i}+\Delta_3+\Delta_4\ . \quad (67)$$

Путём частного дифференцирования можно найти численные значения отдельных членов уравнения

$$\frac{\partial Q}{\partial B}=\frac{C\cdot\sqrt{R^3\cdot\Im}}{\omega}\cdot\left(\left(\omega+3H^2\right)-\frac{\omega\cdot\sqrt{R^3\cdot g\cdot\Im}}{0{,}13B^2\cdot\ln 10}\cdot\left\{1-\frac{1/n-\sqrt{g\left(5{,}69-7{,}69\lg R\right)}}{2C+\left(\frac{1}{n}-\frac{\sqrt{g}}{0{,}13}\cdot\left(1-\lg R\right)\right)}\right\}\right);$$

$$\frac{\partial Q}{\partial H}=\frac{C\cdot\sqrt{R^3\cdot\Im}\cdot\left(3B^2+4\omega\right)}{2\omega}-\frac{\omega\cdot\sqrt{R^3\cdot g\cdot\Im}}{0{,}13H^2}\cdot\left\{\frac{1}{2}+\frac{1/2n-\sqrt{g\left(2{,}85-7{,}69\lg R\right)}}{2C+\left(\frac{1}{n}-\frac{\sqrt{g}}{0{,}13}\cdot\left(1-\lg R\right)\right)}\right\};$$

$$\frac{\partial Q}{\partial n}=\frac{\omega\cdot\sqrt{R\cdot\Im}\cdot\left(3B^2+4\omega\right)}{2n^2}\cdot\left\{1-\frac{1/n+\frac{\sqrt{g}}{0,13}\left(1+\lg R\right)}{2C+\left(\frac{1}{n}-\frac{\sqrt{g}}{0,13}\cdot\left(1-\lg R\right)\right)}\right\};$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \Im}=\sqrt{\frac{B^3\cdot H^3}{B+2H}\cdot\frac{C}{2\sqrt{\Im}}}\ .$$

Внося заданные численные значения B = 10 м, H = 2 м, $\Im$ = 0,0002, n = 0,025, ω = BH = 20 м^2, имеем $R=\frac{B\cdot H}{B+2H}=1{,}43$; C = 22,92; $\frac{\partial Q}{\partial B}=0{,}86$; $\frac{\partial Q}{\partial H}=5{,}02$; $\frac{\partial Q}{\partial \Im}=16775$; $\sigma_Q=2{,}35$.

Вероятность безотказной работы канала (при предельном паводковом расходе Q = 10 ± 0,5 м^3/с) по пропускной способности устанавливаем из выражения

$$P=\Phi\left(\frac{\overline{Q}_{ПР}-Q_{РАСЧ}}{\sqrt{\sigma^2_{ПР}+\sigma^2_{РАСЧ}}}\right).$$

Необходимый для решения этого уравнения расход

$$Q=\omega\cdot C\cdot\sqrt{R\cdot\Im};\ v=22{,}92\cdot\sqrt{0{,}0002\cdot 1{,}43}=0{,}39\ м/с;$$

$$Q=20\cdot 0{,}39=7{,}80\ м^3/с\ .$$

При отсутствии статистических данных для нахождения $\sigma_{Q_{ПР}}=\frac{1}{6}\cdot 1{,}0=0{,}17$ м^3/с.

Вносим эти значения $P=\Phi\left(\frac{10-7{,}80}{\sqrt{0{,}17^2+2{,}35^2}}\right)=\Phi(0{,}93)$; $P=0{,}824$,

т.е. вероятность безотказной работы по пропускной способности P = 0,824. Это означает, что из каждой тысячи ожидаемых предельных расходов в среднем 824 расхода пропустит канал с данными параметрами.

Рассмотренным подходом можно установить любой определяющий параметр. Для этого достаточно функции случайных величин разложить в ряд Тейлора. При допущении, что сопротивление и нагрузка распределены по нормальному закону, стандартное уравнение связи запишется так

$$h=\frac{R-P}{\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_P^2}}\ , \qquad (68)$$

где σ_R^2, σ_P^2 – определяется, как и математическое ожидание, разложением аналитической зависимости R и P в ряд Тейлора.

При заданных вероятностях безотказной работы (допустим P = 0,99) устанавливают h и, принимая допуск для любого определяющего параметра, входящего в разложение для σ_R и σ_P, находят численные значения с заданным допуском α. Допустим, для I имеем численно допуск α, тогда $3\sigma_{\Im} = \alpha \cdot \Im$ *и* $\sigma_{\Im} = \frac{\alpha}{3} \cdot \Im$. Допуская α = 0,012, $\sigma_{\Im}$ = 0,004$\cdot\Im$.

Внося соответствующие значения параметров, и решая полученное уравнение относительно $\Im$, находим его значение, соответствующее заданной вероятности безотказной работы рассматриваемого элемента. Безотказность работы элементов канала необходимое, но недостаточное условие надёжности. На практике встречаются случаи, когда работоспособные элементы могут воздействовать на другие элементы и вывести их из строя. Кроме того, малые изменения параметров отдельных элементов в пределах допусков могут при особых сочетаниях неблагоприятно воздействовать на работоспособность всей системы. Поэтому важно при анализе надёжности системы или её отдельных элементов учитывать влияние их друг на друга. Отказ канала в общем случае является событием выхода из поля допусков параметров и характеристик, выбранных для его нормального функционирования. В зависимости от конструкции, схемы, назначения работоспособность канала определяется множеством условий.

Основные условия, характеризующие работоспособность канала, состоят в том, что пропускная способность канала $Q_{ПР}$ должна быть больше, чем предельный расчётный расход $Q_{РАСЧ}$, а скорость потока, соответствующая пропускной способности, $\upsilon_{ПР}$, должна быть меньше, чем предельная неразмывающая, и больше, чем заиляющая. Работоспособность канала можно оценить также исходя из непревышения уровня воды в нём заданного значения. В противном случае он не сможет принять в себя водный поток.

Следовательно, функциями работоспособности канала будут следующие:

- по пропускной способности

$$\varphi(Q_i) = Q_{ПР} - Q_{РАСЧ} < 0 \tag{69}$$

- по условиям неразмываемости и незаиляемости

$$\left.\begin{aligned} \varphi(\upsilon) &= \upsilon_{ПР} - \upsilon_{ДОП} < 0, \\ \varphi(\upsilon) &= \upsilon_{ПР} - \upsilon_{Н.З.} > 0 \end{aligned}\right\}. \tag{70}$$

Расход в канале $Q = F(\omega, \upsilon)$.

Неразмывающая скорость при наличии в русле связных грунтов

$$\upsilon_{Н.ДОП.} = \left(\lg\frac{8{,}8\cdot H}{d}\right)\cdot\sqrt{\frac{2m}{2{,}6\cdot\rho_0\cdot n}\cdot\left[g\cdot(\rho_r-\rho_0)\cdot d+1{,}25\cdot C_Y^n\cdot K\right]}. \qquad (71)$$

На сложных технических системах, может быть *n* условий работоспособности $\varphi_I(y) > 0$. По теории вероятностей

$$P\left(\varphi_1>0,\ \varphi_2>0,\ \ldots,\varphi_{n_1}>0\right)=\frac{1}{\sqrt{\left(2\pi^n\right)\cdot M\cdot\prod\limits_1^{n_1}\sigma_{\varphi_I}}}\int\limits_0^\infty\ldots\int\limits_0^\infty\exp\left\{-\frac{1}{2M}\cdot\sum_1^{n_1}M_{ij}\cdot\frac{\varphi_i\cdot\varphi_j}{\sigma_{\varphi_I}\cdot\sigma_{\varphi_j}}\right\}d\varphi_1\ldots d\varphi_{n_1} \qquad (72)$$

где $M=\left\|\rho\cdot\varphi_i\cdot\varphi_j\right\|$ – матрица коэффициентов корреляции между условиями работоспособности.

Решение этого интеграла связано со сложностями. Лишь для двух условий работоспособности решение этой задачи может быть сведено к таблицам.

$$P(\varphi_1>0,\ \varphi_2>0)=\frac{1}{2}\cdot\left[\Phi(\alpha_1)+\varphi(\alpha_2)\right]-T(\alpha_1\cdot\beta_1)-T(\alpha_2\cdot\beta_2), \qquad (73)$$

$$\alpha_1=\frac{M\cdot\varphi_1}{\sigma\cdot\varphi_1},\quad \alpha_2=\frac{M\cdot\varphi_2}{\sigma\cdot\varphi_2}, \qquad (74)$$

$$\beta_1=\frac{\left(\alpha_2-\alpha_1\rho_{\varphi_1\varphi_2}\right)}{\alpha_1\sqrt{1-\rho_{\varphi_1\varphi_2}}}, \qquad (75)$$

$$\beta_2=\frac{\left(\alpha_1-\alpha_2\rho_{\varphi_1\varphi_2}\right)}{\alpha_2\sqrt{1-\rho_{\varphi_1\varphi_2}}}. \qquad (76)$$

Вероятность того, что нагрузка не превышает сопротивляемость, можно установить, используя нормированную функцию Лапласа.

$$P(\mathrm{Z}>0)=\Phi\left(\frac{M|\mathrm{Z}|}{\sigma_z}\right), \qquad (77)$$

где $Z=R-P$ – параметр, равный разности между сопротивляемостью и нагрузкой; очевидно, в качестве нагрузки и сопротивляемости выбирают одни и те же физические параметры: напряжение, расход, деформацию, давление и т.д.; $M[Z]$, σ_Z – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение параметра, полученные в результате обработки экспериментальных данных.

Вероятность этого выполнения совокупности условий работоспособности можно установить по зависимости

$$P\left(\varphi_1>0,\ \varphi_2>0,\ldots,\varphi_{n_1}>0\right)=\mathop{\Pi}_1^{n_1}(\varphi_i>0)+\left[P_i(\varphi_i>0)_{\min}-\mathop{\Pi P_i}_1^{n_1}(\varphi_i>0)\right]\cdot K_{n_1}, \qquad (78)$$

где $K_{n_1} = \dfrac{4}{\pi \cdot n_1 \cdot (n_1 - 1)} \cdot \sum_{i<j} \arcsin \rho_{\varphi_i \cdot \varphi_j}$. (79)

Коэффициент корреляции между условиями работоспособности находят по уравнению

$$\rho_{\varphi_i \cdot \varphi_j} = \frac{1}{\sigma_{\varphi_i} \cdot \sigma_{\varphi_j}} \cdot \left(\sigma_{x_i} \cdot \sigma_{x_j} \cdot \rho_{x_i x_j} + \sigma_{y_i} \cdot \sigma_{y_j} \cdot \rho_{y_i y_j} - \sigma_{y_i} \cdot \sigma_{x_j} \cdot \rho_{y_i x_j} - \sigma_{y_i} \cdot \sigma_{x_j} \cdot \rho_{y_i x_i} \right); \quad (80)$$

$$\varphi_i = x_i - y_j, \varphi_j = x_j - y_j; \quad (81)$$

$$\sigma_{\varphi_i} = \sqrt{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{y_i}^2}; \ \sigma_{\varphi_j} = \sqrt{\sigma_{x_j}^2 + \sigma_{y_j}^2}, \quad (82)$$

где ρ_{xy} – коэффициент корреляции между величинами x и y, характеризующими работоспособность рассматриваемого объекта.

Требуется определить вероятность выполнения условий функционирования (вероятность выполнения возложенных функций) канала при следующих исходных данных: расчётный расход, $M[Q_{расч}]$ = 90 м^3/с; $M[H]$ = *4* м; $M[d]$ = 0,004 м, g = 9,81 м/с^2, m = 1,0; ρ_0 = 1000 кг/м^2; $M[n]$ = 4,0; $M[\rho_r\text{-}\rho_0]$ = 1650 кг/м^3; $M[K]$ = 0,5; $M[C]$ = 0,1 кг/см^2 = 10^4 Па; $M[\upsilon]$ = 1,1 м/с; B = *25* м; C = *50*; $\Im$ = 0,000121.

Среднеквадратичные отклонения, принятые на основе наблюдений на аналогичных объектах: $\sigma_н$ = 0,24 м; σ_c = 0,01 кг/см^2 = 10^3 *Па*; $\sigma_{\rho_r \rho_0} = 177$ кг/м^3; $\sigma_к$ = 0,033; σ_d = 0,00027 м; $\sigma_н$ = 0,267; σ_m = 0; $\sigma_{Q\ расч}$ = 9 м^3/с; $\sigma_{\upsilon_{ПР}} = 0{,}11$ м/с. $\varphi_1 = Q_{ПР} - Q_P < 0$; $Q_{ПР} = \omega \cdot \upsilon$; $\varphi_2 = \upsilon_{ПР} - \upsilon_{н\ доп} < 0$,

$$\upsilon_{н.доп.} = \lg\left(\frac{8{,}8 \cdot H}{d}\right) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m}{2{,}6 \cdot \rho_0 \cdot n} \cdot \left[g \cdot (\rho_к - \rho_0) \cdot d + 1{,}25 \cdot K \cdot C_y^н \right]},$$

$$\begin{cases} \omega = B \cdot H \\ \upsilon = C\sqrt{H \cdot \Im}; C = const; \Im = const \end{cases}.$$

$$Q = \omega \cdot \upsilon = B \cdot H \cdot C\sqrt{H \cdot \Im} = B \cdot C \cdot \Im^{1/2} \cdot H^{2/3},$$

$$Q = B \cdot C \cdot \Im^{1/2} \cdot H^{3/2}.$$

I шаг – установление математического ожидания и среднеквадратического отклонения для заданных параметров

$$M[Q_{ПР}] = B \cdot C \cdot \Im^{1/2} \cdot m_H^{3/2} = 25 \cdot 50 \cdot 0{,}000121^{1/2} \cdot 1^{3/2} = 110 \text{ м}^3/\text{с}$$

Рассчитаем по формуле математическое ожидание не размывающей скорости

$$M[\upsilon_{н.доп.}] = \left(\lg \frac{8{,}8 \cdot 4}{0{,}004}\right) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{2{,}6 \cdot 1000 \cdot 4} \cdot [9{,}81 \cdot 1650 \cdot 0.004 + 1{,}25 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1]} = 1{,}29 \text{ м/с};$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sum a_{yx}^2 \cdot \sigma_x^2}, \quad a_{yx} = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_m, \quad y = Q_{ПР} \cdot \upsilon_{ПР},$$

$$x = H, d, n, \rho_r, K, C;$$

$$a_{Q,H} = \frac{3}{2} BC\Im^{1/2} H^{1/2} = \frac{3}{2} \cdot 25 \cdot 50 \cdot 0{,}000121^{1/2} \cdot 4^{1/2} = 41{,}25;$$

$$a_{Q,H} = 0{,}0356; \quad a_{V,C} = 0{,}497; \quad a_{V,K} = 0{,}99; \quad a_{V,\rho_r} = -0{,}16;$$

$$a_{V,d} = 1{,}844; \quad \sigma_{Q_{ПР}} = \sqrt{a_{Q,H}^2 \cdot \sigma_H^2} = 9{,}9;$$

$$\sigma_{\upsilon_{расч.}} = \sqrt{a_{V,H}^2 \cdot \sigma_H^2 + a_{V,C}^2 \cdot \sigma_C^2 + a_{V,K}^2 \cdot \sigma_K^2 + a_{V,\rho_r}^2 \cdot \sigma_{\rho_r}^2 + a_{V,n}^2 \cdot \sigma_n^2 + a_{V,d}^2 \cdot \sigma_d^2};$$

$$\sigma_{\upsilon_{расч.}} = 0{,}076.$$

II – шаг установление математического ожидания и среднеквадратичного отклонения функции работоспособности

$$m_{\varphi_1} = m_{Q_{ПР}} - m_{Q_{расч.}} = 20\ м^3/с; \quad m_{\varphi_2} = m_{\upsilon_{расч.}} - m_{\upsilon_{ср.}} = 0{,}193\ м^3/с;$$

$$\sigma_{\varphi_1} = \sqrt{\sigma_{Q_{ПР}}^2 + \sigma_{Q_{расч.}}^2} = 13{,}38\ м^3/с; \quad \sigma_{\varphi_2} = \sqrt{\sigma_{\upsilon_{расч.}}^2 + \sigma_{Q_{ПР}}^2} = 0{,}134\ м^3/с.$$

III шаг – установление коэффициента корреляции заданных характеристик и функции работоспособности

$$\rho_{Q_{ПР} \cdot \upsilon_{расч.}} = \frac{1}{\sigma_{Q_{ПР}} \cdot \sigma_{\upsilon_{расч.}}} \cdot a_{Q,H} \cdot a_{V,H} \cdot \sigma_H^2 = \frac{1}{9{,}9 \cdot 0{,}076} \cdot 41{,}25 \cdot 0{,}0356 \cdot 0{,}24^2 = 0{,}1128;$$

$$\rho_{Q_{расч.} \cdot \upsilon_{расч.}} = \rho_{Q_{ПР} \cdot \upsilon_{ПР}} = \rho_{V_{ТР} Q_{Тр}} = 0; \quad \rho_{\varphi_1 \varphi_2} = \frac{\sigma_{Q_{ПР}} \cdot \sigma_{\upsilon_{расч.}} \cdot \rho_{Q_{расч.} \cdot \upsilon_{расч.}}}{\sigma_{\varphi_1} \cdot \sigma_{\varphi_2}} = 0{,}0473.$$

IV шаг – установление вероятности выполнения каждого условия работоспособности

$$P(\varphi_1 > 0) = \Phi\left(\frac{m \cdot \varphi_1}{\sigma \cdot \varphi_1}\right) = \Phi\left(\frac{20}{13{,}38}\right) = \Phi(1{,}51) = 0{,}9332,$$

$$P(\varphi_2 < 0) = \Phi\left(\frac{m \cdot \varphi_2}{\sigma \cdot \varphi_2}\right) = \Phi\left(\frac{0{,}3339}{0{,}134}\right) = \Phi(2{,}509) = 0{,}9938,$$

$$P(\varphi_1 > 0,\ \varphi_2 < 0) = P(\varphi_1 > 0) \cdot P(\varphi_2 < 0) + [P_m - P(\varphi_1 > 0) \cdot P(\varphi_2 < 0)] \cdot K_N,$$

$$\left.\begin{aligned} K_N &= \frac{4}{\pi \cdot N \cdot (N-1)} \cdot \sum arc\sin \rho_{\varphi_i \varphi_j} \\ P_m &= P_i \cdot (\varphi_i > 0)_{\min} \end{aligned}\right\}$$

Таким образом, вероятность выполнения каждого условия работоспособности

$$P(\varphi_1 > 0, \varphi_2 < 0) = 0{,}9332 \cdot 0{,}9938 + (0{,}9332 - 0{,}9332 \cdot 0{,}9938) \cdot \frac{4}{3{,}14 \cdot 2 \cdot (2-1)} \cdot \arcsin 0{,}4733 = 0{,}92 \cdot$$

Для достижения необходимой надёжности элементов на этапе проектирования необходимо отыскать такие пути воздействия на элементы и условия их работы, при которых вероятность выхода из строя была бы минимальной.

Повышение надежности систем, объектов, элементов обеспечивается обычно резервированием, т.е. повышением надежности введением избыточности. Для установления эффективности этого мероприятия проведем анализ. Если в системе m резервных элементов, работающих в нагруженном режиме, то вероятность безотказной работы всей системы, состоящей из невосстанавливаемых элементов, будет

$$P_C(t) = 1 - \prod_{i=1}^{m+1} [1 - P_i(t)], \tag{83}$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента, включенного параллельно основному.

При равной надежности основных (резервируемых) и резервных элементов

$$P_C(t) = 1 - [1 - P_i(t)]^{m+1}. \tag{84}$$

Чем выше надёжность объекта, тем, естественно, реже отказы и соответственно меньше суммарные затраты на покрытие ущерба, связанного с этими отказами (рис. 3, кривая $З_{ЭКС}$).

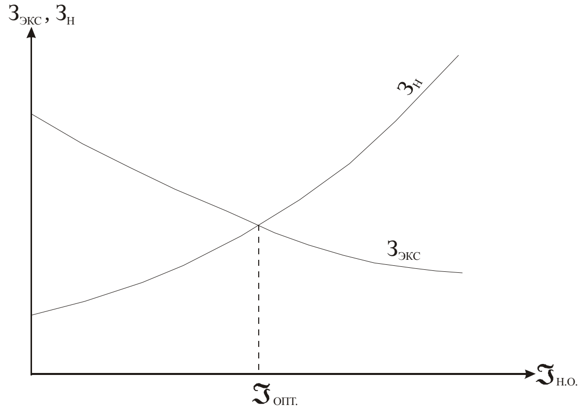

Рис. 3. Схема нахождения оптимального значения надёжности.

Если рост затрат на повышение надёжности объекта представить кривой $З_Н$, то оптимальный уровень надёжности объекта $З_{ЭКС}$ будет соответствовать минимальным суммарным затратам на повышение надёжности и на покрытие ущерба.

Мероприятия по повышению надёжности можно считать целесообразными, если стоимостное значение выигрыша будет превышать затраты на их реализацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурлибаев М.Ж., Волчек А.А., Шведовский П.В. Проблемы оптимизации природопользования и природообустройства в математических методах и моделях. – Алматы: Каганат, 2003. – 525 с.
2. Бурлибаев М.Ж., Достай Ж.Д., Турсунов А.А. Арало-Сырдарьинский бассейн (гидроэкологические проблемы, вопросы вододеления). – Алматы: Дәуір, 2001. – 180 с.
3. Бурлибаев М.Ж., Нурмаганбетов Д.Ш., Волчек А.А. Теоретические и прикладные основы проблем планирования и управления природопользованием и охраной природы. – Алматы: Каганат, 2007. – 360 с.

Казахстанское Агентство Прикладной Экологии, г. Алматы
Казахский Национальный Университет им. аль-Фараби, г. Алматы
Полесский аграрно-экологический институт, Республика Беларусь

ӨЗЕН ЭКОЖҮЙЕСІН БАҒАЛАУДА СУ ШАРУАШЫЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРІНІҢ СЕНІМДІЛІГІН АНЫҚТАУ

Техн. ғылымд. докторы М.Ж. Бурлибаев
Д.М. Бурлибаева
Геогр. ғылымд. докторы А.А. Волчек
Ан.А. Волчек

Мақалада су шаруашылық жүйелерінің су экожүйесіне әсерін болдырмау немесе төмендету мақсатында сенімділік мәселесі қарастырылып, оны анықтау әдісі ұсынылады.